

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Localización y estudio de resonancias en sistemas eléctricos

MEMORIA

Autora: Gabriela Torent Benítez
Director: Luis Sainz Sopera
Codirector: Juan José Mesas García
Convocatoria: Primavera 2020



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



Resumen

El Proyecto parte de la idea de que las resonancias pueden alterar los valores de tensión y corriente de un sistema eléctrico, hasta el punto de alterar su funcionalidad o dañarla.

El marco teórico de esta memoria estudia en rigor el fenómeno de las resonancias eléctricas, concretamente desde el método modal de análisis ya existente, que permite localizarlas y cuantificarlas. Desde este enfoque, se busca proporcionar al usuario de una herramienta matemática capaz de controlar la estabilidad de redes eléctricas, identificando las resonancias y analizando su comportamiento abordando los cálculos de su frecuencia e impedancia modal.

Se ha modificado un código programado en MATLAB de un estudio anterior capaz de verificar y presentar los cálculos de forma didáctica para la comprensión clara del fenómeno, que presenta información útil para controlar los sistemas eléctricos en presencia de este. En concreto, se han estudiado distintas redes IEEE, con diferentes elementos y diferentes estructuras de datos para abarcar el máximo alcance del método posible.

También aparece el término de factores de participación. El cálculo de estos, de manera numérica y visual, ha permitido localizar mejor los centros de resonancias y relacionar estos con distintos elementos del circuito. Primero se ha comparado la impedancia modal a cada una de las frecuencias de resonancia con los componentes pasivos no controlados clásicos de los circuitos eléctricos: resistencias, bobinas y condensadores. Y, posteriormente, con las impedancias vistas desde cada uno de los nodos con mayor influencia en la resonancia.

Con todo el estudio se han respondido varias preguntas planteadas, pero sobre todo se ha demostrado la relación entre la estabilidad de los sistemas eléctricos con el fenómeno de las resonancias.

SUMARIO

RESUMEN	3
SUMARIO	4
1. GLOSARIO	6
2. PRELUDIO	7
2.1. Origen del Proyecto	7
2.2. Motivación.....	7
2.3. Requisitos previos.....	7
3. INTRODUCCIÓN	8
3.1. Objetivos del Proyecto	8
3.2. Alcance del Proyecto	8
4. FENÓMENO DE LAS RESONANCIAS ELÉCTRICAS	10
4.1. Introducción teórica.....	10
4.2. Resonancia en serie	11
4.3. Resonancia en paralelo	13
5. MÉTODO MODAL DE ANÁLISIS DE RESONANCIAS	15
5.1. Introducción	15
5.2. Concepto de modo de resonancia.....	15
5.2.1. Valores propios	17
5.2.2. Vectores propios	19
5.3. Ejemplo de análisis de resonancia en un circuito sencillo con el programa desarrollado en MATLAB.....	21
6. APLICACIÓN DEL MÉTODO EN LA RED IEEE 13 BUSES	24
6.1. Simulación interruptor cerrado.....	25
6.1.1. Modo 6: $h = f/50 = 2.48\text{pu}$	26
6.1.2. Modo 7: $h = f/50 = 4.52\text{pu}$	28
6.1.3. Modo 9: $h = f/50 = 65.12\text{pu}$	30
6.2. Simulación interruptor abierto	31
6.2.1. Modo 6: $h = f/50 = 2.66\text{pu}$	32
6.2.1. Modo 8: $h = f/50 = 61.4\text{pu}$	33
7. ANÁLISIS DE OTRAS REDES IEEE	34
7.1. Red de IEEE 3 buses.....	34
7.1.1. Modo 1: $f = 570\text{Hz} = 11.58\text{pu}$	37
7.1.2. Modo 2: $f = 2101\text{Hz} = 42.02\text{pu}$	38

7.1.3. Modo 3: $f = 2508\text{Hz} = 50.16\text{pu}$	39
7.2. Red IEEE de 14 buses.....	41
7.2.1. Modo 4: $f = 865\text{Hz} = 17.3\text{pu}$	45
7.2.2. Modo 8: $f = 956\text{Hz} = 19.12\text{pu}$	46
7.2.3. Modo 9: $f = 703\text{Hz} = 14.06\text{pu}$	48
7.2.4. Modo 13: $f = 324\text{Hz} = 6.48\text{pu}$	49
7.3. Red IEEE de 30 buses.....	51
7.3.1. Modo 22: $f = 121\text{Hz} = 2.42\text{pu}$	56
7.3.2. Modo 24: $f = 302\text{Hz} = 6.04\text{pu}$	57
7.3.3. Modo 29: $f = 712\text{Hz} = 14.24\text{pu}$	58
7.4. Red IEEE de 5 buses.....	60
7.4.1. Modo 2: $f = 281\text{Hz} = 5.62\text{pu}$	62
7.4.2. Modo 3: $f = 318\text{Hz} = 6.36\text{pu}$	62
7.4.3. Modo 4: $f = 373\text{Hz} = 7.46\text{pu}$	63
7.4.4. Modo 5: $f = 282\text{Hz} = 5.64\text{pu}$	63
CONCLUSIONES	64
AGRADECIMIENTOS	65
BIBLIOGRAFÍA	66

1. Glosario

\underline{Z}_e	Impedancia equivalente vista desde dos terminales
\underline{Y}_e	Admitancia equivalente vista desde dos terminales
V_f	Vector de tensiones nodales a la frecuencia f
I_f	Vector de corrientes nodales a la frecuencia f
Y_f	Matriz de admitancias de la red a la frecuencia f
Λ	Matriz diagonal de valores propios
T	Vector propio izquierdo
L	Vector propio derecho
U	Vector de tensiones modales
J	Vector de corrientes modales
λ_k	Valor propio del modo k
Z_m	Impedancia modal
PF_{bm}	Factor de participación del nodo b y el modo m
f_1	Frecuencia fundamental de 50 Hz

2. Preludio

2.1. Origen del Proyecto

El proyecto se inicia con la publicación de una serie de artículos científicos internacionales, donde se define un nuevo método inspirado en el conocido método de los nudos, enfocado a detectar y cuantificar el fenómeno de las resonancias en sistemas eléctricos comunes. La idea principal es profundizar en este estudio, aprovechar y comprobar las conclusiones ya publicadas, e intentar aplicar este método al estudio de redes complejas y ya validadas en otros estudios como son las propuestas por el IEEE.

2.2. Motivación

La motivación principal de este proyecto es estudiar un fenómeno de gran impacto en los sistemas físicos en general, y en particular en los sistemas eléctricos, como son las resonancias además de mejorar y adaptar una herramienta informática que facilite la comprensión y el estudio de dichas resonancias. Estas pueden causar graves problemas en los sistemas eléctricos relacionados con conceptos como la estabilidad o la penetración armónica, pudiendo llegar a quemar el circuito. Con la idea de generar un impacto positivo en la industria, se busca adaptar una solución, a través de la ingeniería, para conseguir una mejora como podría ser el diseño de dichos circuitos.

La implicación personal es consecuencia de la afinidad con el director y el interés por el campo de estudio propuesto, con el objetivo de obtener y complementar las competencias adquiridas durante los estudios del grado de ingeniería industrial.

2.3. Requisitos previos

El trabajo presentado es la continuación de estudios previos realizados por otros estudiantes junto al director, aparte de toda la deducción y descripción del método modal de análisis publicado en los artículos internacionales mencionados anteriormente.

Se asume que el lector está familiarizado con conceptos básicos de electromagnetismo y teoría de circuitos, así como, específicamente, del método de los nudos y álgebra lineal necesaria para todos los cálculos intermedios del camino matemático seguido.

Añadir, por obvio que resulte, que han sido necesarios todos los conocimientos básicos de programación en MATLAB adquiridos durante el grado, ya que es la herramienta informática utilizada durante toda la parte práctica del Proyecto.

3. Introducción

3.1. Objetivos del Proyecto

El objetivo principal del trabajo presentado es estudiar y definir, un método sistemático efectivo para analizar el fenómeno de las resonancias en sistemas eléctricos, y aplicarlo a redes test propuestas por el IEEE y, quizás, analizar, a partir de los resultados obtenidos, las posibles las contramedidas correspondientes para mejorar su funcionalidad y estabilidad.

Se busca para esto, definir y mejorar un programa a través de MATLAB, que permita, además de realizar toda la parte práctica complementaria de este documento, ser fácilmente implementado y aplicado a la industria para el análisis fiable de los conceptos definidos.

Por supuesto, también se busca aclarar teóricamente el fenómeno de las resonancias y la descripción detallada del criterio y la lógica matemática que sigue el método modal de análisis con el que se trabajará, complementándolo con la descripción de ejemplos prácticos realizados. El trabajo debe de permitir validar el alcance del procedimiento estudiando redes de dimensiones elevadas y que ya son conocidas en el ámbito de la ingeniería eléctrica.

3.2. Alcance del Proyecto

El alcance del proyecto es el de comprender el fenómeno de las resonancias y sus consecuencias en sistemas eléctricos a través del método modal de análisis, proporcionando herramientas matemáticas para caracterizarlo y poder implementar este en redes más complejas.

La idea es, por lo tanto, empezar por un resumen del marco teórico necesario para la comprensión del estudio y las conclusiones realizadas. Explicando en una primera parte el fenómeno de las resonancias en profundidad y, posteriormente, dedicando un capítulo a sintetizar y describir el camino matemático que sigue el método experimental. Asumiendo por conocidos en esta parte de la memoria, toda la teoría adquirida de las diferentes asignaturas cursadas en la universidad.

Paralelamente, descrita en una segunda parte complementaria a la previa, se desarrolla la aplicación informática de estos conceptos, donde se practican y se toman las decisiones sobre la modificación de la estructura y la presentación del programa en función de los resultados y la información buscada.

Para eso se buscarán redes IEEE para el estudio, se caracterizarán y adaptarán sus parámetros a los requeridos por el programa, se aplicará dicho programa a su estudio y, finalmente, se extraerán conclusiones. Se busca, para complementar esta parte práctica y dar al lector de una mejor comprensión de ésta, agregar un capítulo de ejemplos basados en redes IEEE y la interpretación de sus resultados.

4. Fenómeno de las resonancias eléctricas

4.1. Introducción teórica

Se podría explicar este fenómeno de forma sencilla, comparándolo con el movimiento de un péndulo según Fig. 1. En el cual la energía se va transformando de energía potencial gravitatoria (variable de salto) a energía cinética (variable de paso).

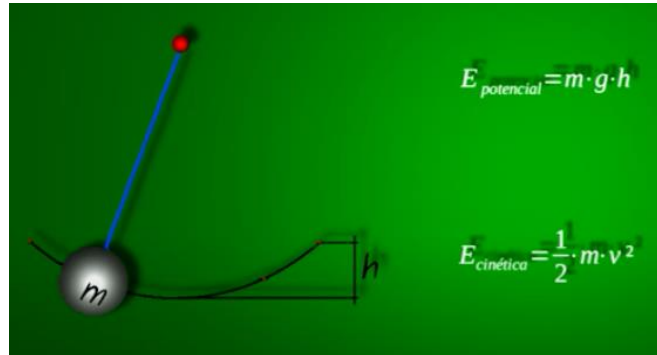


Figura 1: Movimiento oscilatorio de un péndulo [1]

El tiempo que tarda un péndulo en dar una oscilación completa es constante y solo depende de la longitud de la cuerda y de la masa del propio objeto, pero no de lo grandes o pequeñas que sean las oscilaciones.

Esto ocurre con cualquier objeto que pueda vibrar, es decir, en cuanto se le suministre energía, este oscilará a una frecuencia concreta, que es característica de cada objeto y se llama frecuencia natural. Es en la única en la que un objeto puede entrar en resonancia, adquiriendo también el nombre de frecuencia de resonancia.

Un sistema entra en resonancia cuando la frecuencia de la energía suministrada coincide con la frecuencia natural, lo que crea unas oscilaciones mucho más grandes que pueden llegar a provocar su ruptura.

Una vez entendido esto, se puede entender la resonancia eléctrica comparando el péndulo con los dos elementos reactivos, elementos eléctricos capaces de acumular energía:

- el condensador, que funciona con potencial eléctrico (variable de salto)
- la bobina, que funciona con intensidad de corriente (variable de paso)

Esto hace que cuando se tengan estos dos elementos conectados, la energía vaya pasando de uno a otro, siempre a una frecuencia concreta, la natural, que depende de los valores de la inductancia y la capacidad. En conclusión, lo que pasa en un circuito LC

es exactamente lo mismo que pasa en el movimiento de un péndulo: la energía se va alternando en dos fases.

En cuanto conectemos este circuito LC a una fuente de tensión alterna, éste entrara en resonancia siempre que la frecuencia natural de la alimentación coincida con la del circuito. Cuando esto pasa, al igual que en el péndulo, las oscilaciones serán lo más grandes posibles. Si se aplica la ley de Ohm para entender este fenómeno, se deduce, que para que esto pase, lo que se oponga al paso de corriente, la impedancia, tiene que ser lo más pequeña posible. Así que, en electricidad, la resonancia se da cuando la impedancia es mínima circunstancia que aproximadamente coincide con la frecuencia para la que la parte imaginaria de dicha impedancia es nula. Si el circuito se conecta a una fuente de corriente, el fenómeno de la resonancia coincide con el mínimo de la admitancia (máximo de la impedancia) o cuando su parte imaginaria se anula.

Complementariamente y tal como se ha mencionado antes, sabiendo que la impedancia de los elementos reactivos depende de la frecuencia, esta se puede alterar hasta llegar al punto de que quede anulada la parte imaginaria de la impedancia equivalente del sistema visto desde dos terminales. Se podría comparar con el hecho de que el condensador y la bobina están tan ocupados intercambian energía entre ellos mismos, que no tienen la capacidad ni de absorber ni de entregar nada al resto del circuito, produciendo que la intensidad se haga infinita en el caso del circuito alimentado con una fuente de tensión o que la tensión se haga infinita en el caso de un circuito alimentado con una fuente de corriente. Obviamente esto en el mundo real no pasa ya que todos los circuitos tienen resistencia eléctrica, por pequeña que sea, que su función sería la misma que la del rozamiento del aire que frena al péndulo para que las oscilaciones no crezcan indefinidamente, es decir se amortigüen. Si la resistencia no es lo suficientemente grande para disminuir la intensidad, el circuito se podría dañar.

4.2. Resonancia en serie

Se presenta ahora la resonancia serie en un circuito alimentado con una fuente de tensión. Ésta se produce cuando la parte imaginaria de la impedancia total equivalente \underline{Z}_e vista desde dos terminales de la fuente es cero. Esta condición, generalmente lleva a un mínimo de dicha impedancia, es decir, la impedancia total equivalente \underline{Z}_e a la frecuencia de resonancia es muy pequeña, en muchos casos prácticamente nula. Así, esta situación puede ser crítica cuando el circuito se alimenta con fuentes de tensión, porque la intensidad $\underline{I} = \underline{V} / \underline{Z}$ puede llegar a valores tan elevados de corriente que dañe el circuito, ver Fig. 2.

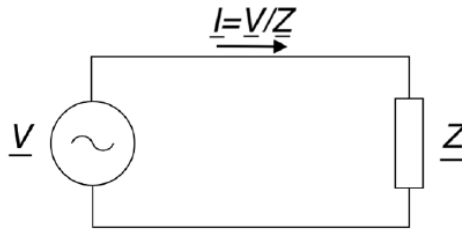


Figura 2: Resonancia serie

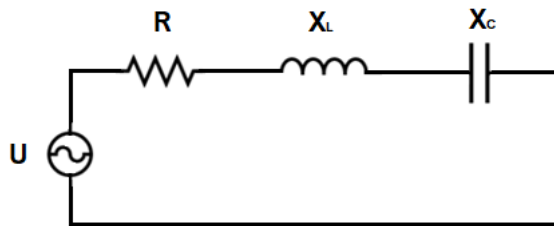


Figura 3: Resonancia de circuito RLC en serie

A modo de ejemplo se presenta el estudio del circuito sencillo RLC en serie de la Fig. 3. Entendiendo que la resonancia se produce cuando: $Im(\underline{Z}_e) = 0$ se tiene la *impedancia de entrada*:

$$\underline{Z}_e = R + jX_L - jX_C \quad (1)$$

Sabiendo que la condición de resonancia es $Im(\underline{Z}_e) = 0$, se determina que:

$$j(X_L - X_C) = 0 \rightarrow X_L = X_C \quad (2)$$

Con (2) es posible determinar la *pulsación de resonancia*:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3)$$

Por lo tanto, se concluye que la *frecuencia de resonancia* resulta:

$$f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (4)$$

Y la *impedancia equivalente* a la frecuencia de resonancia es:

$$\underline{Z}_e(\omega_r) = R \quad (5)$$

Generalmente el valor de la resistencia es bajo y, en estos casos, la impedancia es prácticamente nula lo que producirá un consumo de corriente elevado al ser alimentado el circuito por una fuente de tensión.

Al observar que:

$$\underline{U}_L = jX_L \underline{I} \quad \underline{U}_C = -jX_C \underline{I} \quad (6)$$

Se demuestra que, considerando $R \approx 0$, aunque la tensión que soporta el circuito $\underline{U}_e = 0$, la tensión que soporten sus componentes no lo será siempre que circule corriente. Aunque si serán estas dos tensiones iguales en módulo y opuestas en signo, es decir, se cancelan entre sí. Es lo que se conoce como circuito oscilante. La resistencia de este circuito sería la encargada de amortiguar estas oscilaciones constantes producidas por el intercambio constante de energía entre bobina y condensador.

4.3. Resonancia en paralelo

Se presenta ahora la resonancia paralelo en un circuito alimentado con una fuente de corriente. Ésta se produce cuando la parte imaginaria de la admitancia total equivalente \underline{Y}_e vista desde dos terminales de la fuente es nula. Esta condición, generalmente lleva a un máximo de la impedancia, es decir, la impedancia total equivalente \underline{Z}_e a la frecuencia de resonancia es muy elevada. Así, esta situación puede ser crítica cuando el circuito se alimenta con fuentes de corriente, porque el voltaje $\underline{V} = \underline{I} \cdot \underline{Z}$ puede llegar a valores tan elevados de tensión que destruya el circuito, ver Fig. 4.

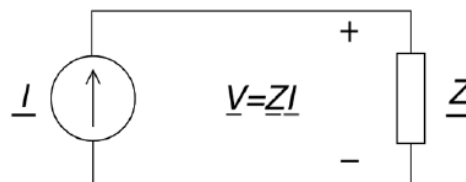


Figura 4: Resonancia paralelo

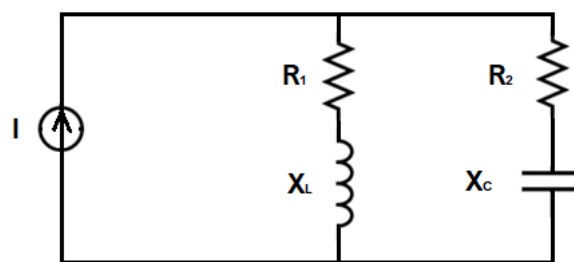


Figura 5: Resonancia de circuito RLC en paralelo

A modo de ejemplo se presenta el estudio del circuito sencillo RLC en serie de la Fig. 5. Entendiendo que la resonancia se produce cuando: $\text{Im}(\underline{Y}_e) = 0$ se tiene la admitancia de entrada:

$$\underline{Y}_e = \frac{1}{R_1 + j\omega L} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} \quad (7)$$

Esta vez, la condición de resonancia indica que $Im(\underline{Y}_e) = 0$, y se comportará de manera distinta a la resonancia en serie porque esto provocará $Im(\underline{Z}_e) \rightarrow \infty$. Operando se determina la *pulsación de resonancia*:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{CR_1^2 - L}{CR_2^2 - L}} \quad (8)$$

Y con ella, al igual que antes, la *frecuencia de resonancia* de la red:

$$f_r = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{CR_2^2 - L}{CR_1^2 - L}} \quad (9)$$

En este caso se observa que pasa justo lo contrario al anterior:

$$\underline{I}_L = \underline{U} / jX_L \quad \underline{I}_C = -\underline{U} / jX_C \quad (10)$$

Aunque la intensidad de entrada sea nula $I_e = 0$, las intensidades de los componentes no, y son iguales en módulo y de signo contrario.

Se demuestra que, considerando $R \approx 0$, aunque la corriente que soporta el circuito vista desde dos terminales $\underline{I}_e = 0$, la que soporten sus componentes no lo será siempre que soporten una salto de voltaje. Aunque si serán estas dos corrientes iguales en módulo y opuestas en signo, es decir, se cancelan entre sí.

Estas últimas resonancias son las que se tendrán en cuenta en este Proyecto, ya que, al utilizar el método de los nudos, se suponen las excitaciones como las fuentes de corriente conectadas a cada uno de los nudos y se estudian las tensiones del sistema. Las resistencias paralelas derivarán en valores elevados de las impedancias totales equivalentes vistas desde cada uno de los nudos del circuito.

5. Método modal de análisis de resonancias

5.1. Introducción

Actualmente existen herramientas limitadas que permitan analizar el fenómeno de las resonancias armónicas, las cuales se sabe que son una de las consecuencias de la distorsión armónica de las tensiones en sistemas de potencia y también tienen una relación directa con los problemas de estabilidad en redes con presencia de convertidores (p. ej., parques eólicos y fotovoltaicos, enlaces AC/DC, redes HVDC). Se conoce la existencia de una técnica llamada escaneo frecuencial que permite identificar estas resonancias en sistemas eléctricos y distinguir a qué frecuencia se producen. Aún ser el único método viable, sus limitaciones no permiten definir con claridad estas resonancias ni proporcionar toda la información adicional que se requeriría para solucionar sus problemas de forma efectiva.

Remontando a lo explicado en el capítulo anterior de esta memoria, las resonancias armónicas son consecuencia del intercambio de energía de los elementos capacitivos e inductivos de un circuito. Los sistemas de potencia incluyen muchos de estos elementos reactivos, lo que complica aún más el fenómeno de la resonancia. Esa es la causa por la que es interesante disponer de una herramienta matemática capaz de sintetizar las múltiples y complejas interacciones entre condensadores y bobinas, y detectar que elementos en concreto son los verdaderos culpables de agravar cada uno de los problemas de resonancia particulares. Eso ayudaría a buscar soluciones efectivas a los problemas correspondientes.

Para esto se busca un sistema capaz de identificar los siguientes aspectos: el o los nudos que pueden excitar con más facilidad las resonancias, en qué punto se puede observar la resonancia más fácilmente, cuáles son los componentes involucrados en esta resonancia, hasta donde se puede propagar esta resonancia en el sistema de estudio y, si todas las resonancias observadas se originan por la misma causa. Todas estas premisas son las que construyen el método modal de análisis utilizado en el Proyecto.

5.2. Concepto de modo de resonancia

Se propone el estudio de un sistema que experimenta una resonancia en paralelo a una frecuencia determinada f y es analizado por la técnica de escaneo frecuencial mencionada. Basándose en el método de los nudos, donde las excitaciones son las corrientes inyectadas en los nudos, se entiende que alguno de los valores del vector de voltajes V_f en (11) puede llegar a valores muy elevados (ver Capítulo 4.3) cuando

aparezcan resonancias paralelo en el circuito que podrían elevar los valores de la matriz Y_f^{-1} [2]:

$$V_f = Y_f^{-1} \cdot I_f \quad (11)$$

Donde:

V_f es el voltaje nodal

Y_f es la matriz de admitancias de la red a la frecuencia f

I_f es el corriente nodal de inyección

Con la finalidad de realizar el escaneo frecuencial, se le introduce a I_f una entrada de 1.0 p.u para cada valor de frecuencia mientras los demás elementos se dejan a 0. Así es como se obtiene el vector de tensiones correspondientes a la columna de Y_f seleccionada.

A partir de este punto se suprimirá el subíndice f para simplificar la notación, entendiendo que todos los elementos de cada ecuación se encuentran a la misma frecuencia.

El momento en que la matriz de admitancias Y tiende a la singularidad (es decir, su inversa presenta valores muy grandes), es cuando se produce el incremento de algunos voltajes nodales de la resonancia armónica en paralelo. Por eso, una manera atractiva de estudiar el problema es investigar como esta matriz llega a la singularidad.

Según la teoría de algebra lineal de los valores y vectores propios cualquier matriz se puede descomponer de la siguiente forma [2]:

$$Y = T \Lambda L \quad (12)$$

Donde:

Λ es la matriz diagonal de valores propios de Y

T y L son los vectores propios izquierdo y derecho respectivamente de Y

Se sabe que $T = L^{-1}$. Substituyendo (12) en (11) se obtiene:

$$V = T \Lambda^{-1} L I \quad (13)$$

Se puede simplificar en:

$$U = \Lambda^{-1} J \quad (14)$$

Donde:

$U = LV$ es el vector de voltajes modales

$J = LI$ es el vector de corrientes modales

Desarrollado de visualiza de la siguiente forma [3]:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_n^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

Donde el inverso del valor propio λ , λ^{-1} , tiene unidades de impedancias, y se denomina impedancia modal Z_m .

5.2.1. Valores propios

De (15) se puede observar el siguiente ejemplo: si $\lambda_1 = 0$ o es muy pequeño, su inverso λ^{-1} se hará infinito. Este valor, sumado a una inyección de corriente modal J_1 muy pequeña, lleva a un valor prácticamente infinito del voltaje modal U_1 . Pero, por otra parte, el resto de los voltajes modales no se verán afectados ya no están enlazados con el mismo corriente modal.

Concluyendo, se puede localizar con mucha más facilidad la resonancia en el dominio modal, ya que ésta se da en un modo específico que experimenta sobretensión independientemente de la inyección de corriente. Es por eso por lo que se denomina **modo crítico** al valor propio que presente un mínimo, y sus correspondientes vectores propios izquierdo y derecho como **vectores propios críticos**. No está de más volver a recordar que todo el sistema matricial se encuentra a la misma frecuencia.

Se define esta frecuencia a la que se encuentre cada modo crítico como **frecuencia de resonancia**, donde los valores mínimos de valores propios conducirán, como es obvio, a valores máximos de impedancias modales. De esta manera se concluye que tanto el valor de la impedancia modal y la frecuencia crítica a la que se encuentre se convertirán en los dos valores necesarios para caracterizar las impedancias.

Se define un ejemplo práctico de un circuito RLC de la Fig. 6 con tres nudos para entender mejor la implicación de cada término. Se observa que los condensadores están indicados con valores de B correspondientes al inverso de X_C .

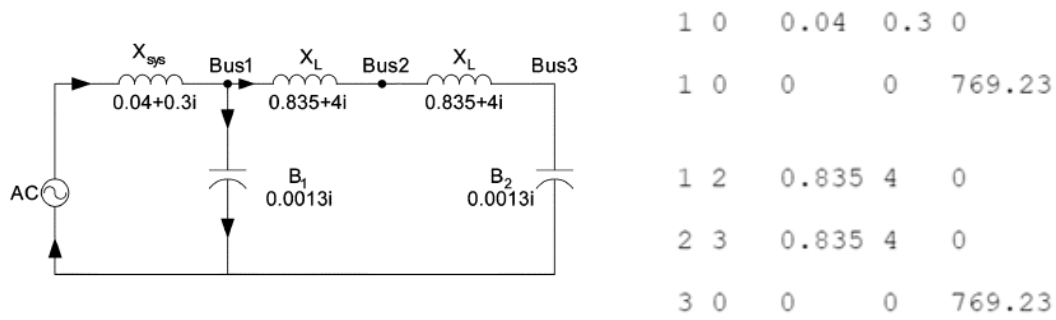


Figura 6: Circuito RLC resonancia en paralelo [2]

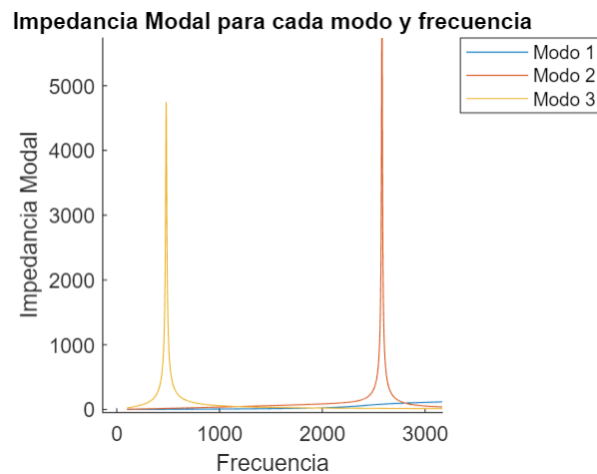


Figura 7: Impedancias modales para cada modo y frecuencia

Tabla 1: parámetros críticos para cada modo de resonancia

	Modo crítico 2	Modo crítico 3
Valor propio crítico [Ω^{-1}]	0.00014477	0.00021086
Impedancia modal crítica [Ω]	6907.7	4742.6
Frecuencia de resonancia crítica [Hz]	2581	481

En la Fig. 6 se puede observar el archivo *txt*. utilizado para introducir los datos del circuito en el programa, donde cada fila corresponde a cada una de las ramas de la red definidas por la usuaria, ver capítulo 5.3.

Resolviendo el circuito con el programa se puede observar en la Fig. 7 como los modos 2 y 3 son críticos a frecuencias completamente distintas, en cambio el modo 1 se mantiene inactivo. Como se puede observar en la Tabla 1, junto con la explicación anterior, los respectivos valores críticos tienden a 0 elevando el valor de la impedancia modal, representada en el gráfico. Eso creará una sobretensión modal y, por lo tanto, una resonancia a estas frecuencias críticas.

5.2.2. Vectores propios

Se define el **corriente modal** J_1 , por ejemplo, como la proyección lineal de las corrientes físicas en la dirección del primer vector propio tal como se muestra:

$$J_1 = L_{11}I_1 + L_{12}I_2 + L_{13}I_3 + \dots + L_{1n}I_n \quad (16)$$

De (16) se puede observar el siguiente ejemplo: si L_{12} tiene el valor más elevado, será la corriente nodal I_2 la que contribuya más al valor de la corriente modal J_1 . Como consecuencia, se puede determinar que el nodo 2 es aquel donde el modo de resonancia 1 puede ser excitado con mayor facilidad. Por otro lado, si $L_{12} = 0$, por mucho que se excite la corriente I_2 esta no será capaz de hacer lo mismo con el modo correspondiente, de hecho, no tendrá ninguna influencia sobre él.

Se concluye pues que los valores del vector propio crítico derecho $[L_{11}, L_{12}, L_{13}, \dots, L_{1n}]$ definen la influencia que tiene cada una de las corrientes nodales para excitar la modal 1.

Una vez entendido esto, se define la influencia del vector propio izquierdo de cada modo. Para eso se recupera y desarrolla la relación de los voltajes nodales físicos con los **voltajes modales** según la ecuación $U = LV$:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ \dots \\ T_{n1} \end{bmatrix} U_1 + \begin{bmatrix} T_{12} \\ T_{22} \\ \dots \\ T_{n2} \end{bmatrix} U_2 + \dots + \begin{bmatrix} T_{1n} \\ T_{2n} \\ \dots \\ T_{nn} \end{bmatrix} U_n \approx \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ \dots \\ T_{n1} \end{bmatrix} U_1 \quad (17)$$

La aproximación es posible ya que, asumiendo que el modo crítico de estudio sigue siendo el 1, U_1 tiene un valor mucho más grande que el resto de los voltajes modales a la frecuencia de resonancia. Esta ecuación (17) enseña como el voltaje U_1 se relaciona con los voltajes físicos a través del vector $[T_{11}, T_{21}, \dots, T_{n1}]^T$. Por ejemplo, si T_{21} tiene el valor más grande, el nodo 2 tendrá también el valor más grande de tensión V_2 , por lo que será el nodo donde el modo de resonancia 1 se puede observar con más facilidad. En cambio, si $T_{21} = 0$, el voltaje nodal V_2 no se verá afectado por el voltaje modal 1.

En resumen, el vector propio crítico derecho L tiene la función de caracterizar el grado de excitación del modo crítico. En cambio, el izquierdo T , representa la capacidad de observación. Se tiene que hacer énfasis en recordar el hecho que todo valor crítico esta evaluado a la frecuencia crítica de resonancia.

El nodo con el mayor valor de L , es aquel que posee la mayor excitabilidad, al igual que aquel que tenga el mayor T obtendrá la mayor capacidad de observación. El grado de excitación se puede asimilar a una forma de control, ya que los nodos que dispongan de mayor grado de excitabilidad serán aquellos que tendrán más efectividad a la hora de cancelar armónicos a través de la inyección de señales.

Se define a continuación como afecta la combinación de excitabilidad y observación en un mismo índice:

$$\begin{aligned}
 V = T\Lambda^{-1}LI &= T \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_n^{-1} \end{bmatrix} LI \approx \\
 \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots & T_{1n} \\ T_{21} & T_{22} & \dots & T_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{n1} & T_{n2} & \dots & T_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} I = \\
 \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1}T_{11} & T_{12} & \dots & T_{1n} \\ \lambda_1^{-1}T_{21} & T_{22} & \dots & T_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_1^{-1}T_{n1} & T_{n2} & \dots & T_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} I = \lambda_1^{-1} \begin{bmatrix} T_{11}L_{11} & T_{12}L_{12} & \dots & T_{1n}L_{1n} \\ T_{21}L_{11} & T_{22}L_{12} & \dots & T_{2n}L_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{n1}L_{11} & T_{n2}L_{12} & \dots & T_{nn}L_{1n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \\
 \end{aligned} \tag{18}$$

La aproximación es posible porque, recordando que se está trabajando sobre el modo crítico 1, la impedancia modal crítica λ_1^{-1} será de valor infinitamente mayor a las demás en la frecuencia de resonancia. Los elementos de la diagonal de la matriz (18) caracterizan esta combinación de excitabilidad y observación que se buscaba del modo crítico en un mismo nodo. Estos se denominan **factores de participación** de un nodo por el método crítico, y se definen como $PF_{bm} = T_{bm}L_{mb}$, donde b será el nodo y m el modo. Esta herramienta será útil para tener una respuesta más visual para localizar los nodos que más afecten a la resonancia y, así, poder detectar cuales son los elementos físicos del sistema eléctrico que pueden causar los problemas armónicos.

Se observa ahora el siguiente desarrollo a partir de (12):

$$\Lambda^{-1} = T^{-1}YT \tag{19}$$

Sabiendo que Y es una matriz simétrica i que Λ es una matriz diagonal, resulta:

$$\Lambda = \Lambda^T = (T^{-1}YT)^T = T^TY^T(T^{-1})^T = T^TY(T^{-1})^T \tag{20}$$

Comparando (19) con (20) se deduce que $T^{-1} = T^T$. Como $L = T^{-1}$, también $L = T^T$. Es decir, los vectores propios izquierdo y derecho tienen exactamente los mismos valores. Esta observación lleva pues a las siguientes conclusiones.

- El nodo que tenga el mayor nivel de observación será también el que tenga la mayor excitabilidad. Por eso no se volverá a diferenciar entre ellos a la hora de observar resultados experimentales, aunque el programa si lo haga.

- Los factores de participación se pueden definir entonces como los cuadrados de los vectores propios. El nodo con el mayor PF se puede considerar el **centro de resonancia**.

5.3. Ejemplo de análisis de resonancia en un circuito sencillo con el programa desarrollado en MATLAB

Una vez entendida todo el concepto teórico del método modal de análisis, se procede a explicar el funcionamiento del programa desarrollado con la herramienta informática MATLAB para comprender su estructura y su forma de visualizar los resultados de todos los elementos definidos previamente. Para eso se escoge un circuito sencillo, inspirado en el circuito que presenta resonancia en paralelo de la Fig. 5, con elementos eléctricos básicos y definido con 2 nudos y 4 ramas, representado en la siguiente Fig. 8:

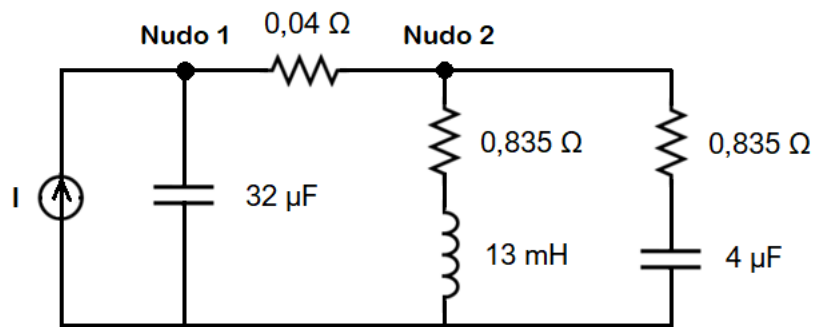


Figura 8: Red RLC de 3 nudos

Lo primero que el programa requiere es la información del circuito. Esta se da de manera específica, en un archivo en formato *txt*, que mostrará una matriz donde cada una de las filas corresponda a cada una de las ramas de la red. Las columnas representaran, en orden: el nudo de entrada, el nudo de salida, el valor de la resistencia y los valores de las reactancias inductivas y capacitivas a 50 Hz de frecuencia.

Una vez introducido este archivo el programa está listo para ejecutar, y lo primero que retorna es esta misma matriz maquetada:

	Nudo_Entrada	Nudo_Salida	R	XL1	XC1
Rama 1	1	0	0	0	100
Rama 2	1	2	0.04	0	0
Rama 3	2	0	0.835	4	0
Rama 4	2	0	0.835	0	769.23

Figura 9: Matriz de datos de la red RLC

Lo siguiente que el programa muestra en pantalla es el gráfico de impedancias modales para cada modo y frecuencia, como se ha visto anteriormente en la Fig. 7, que indica de manera visual cuales son los modos críticos.

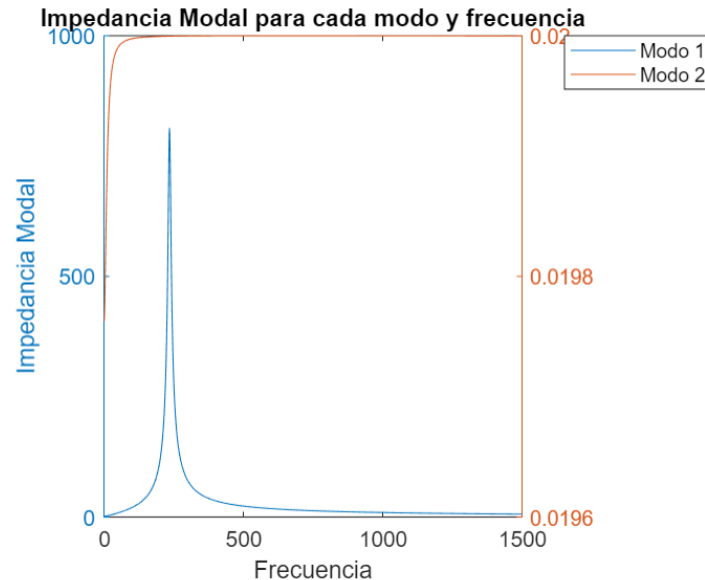


Figura 10: Impedancia modal para cada modo y frecuencia de la red RLC

Complementando este gráfico, que indica que los modos que presentan resonancias son el 1 y 2, se crea automáticamente una tabla resumen que especifica, para cada uno de estos modos, los valores numéricos de los parámetros críticos a conocer:

- La frecuencia de resonancia en *Hz*
- El valor propio crítico o admitancia en Ω^{-1} , se puede comprobar que todos están alrededor del cero
- El valor de la impedancia modal en Ω representada en el gráfico de la Fig. 10

Modo_Critico	Frecuencia_Resonancia	Admitancia_Modal	Impedancia_Modal
1	235	0.0012387	807.29
2	708	50	0.02

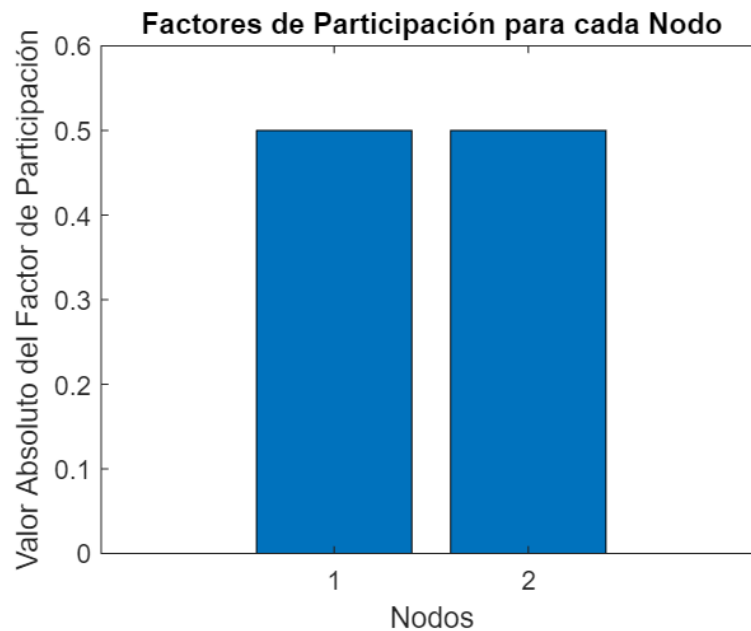
Ponga el modo a estudio:

1

Figura 11: Información numérica sobre los modos críticos de la red RLC

En esta misma Fig. 11 se ve como el programa pide el modo crítico que se desea estudiar en concreto. En este caso, se ha escogido estudiar el modo crítico 1, ya que, aparte de ser el que se produce a una frecuencia más próxima a la común de 50 Hz, es el cual su admitancia se aproxima más a cero.

Por último, el programa utiliza la información de los vectores propios con tal de representar de forma gráfica los factores de participación de cada nodo, junto a una descripción verbal de cuál es el nodo cuyo valor supera al resto.



Aviso =

'El nodo con el mayor factor de participación para este modo corresponde al nodo número: 1'

Figura 12: Factores de participación del modo crítico escogido de la red RLC

En este ejemplo, aunque en el aviso se especifique por defecto el nodo con mayor factor de participación, en el gráfico se puede ver claramente como ambos nodos serán los centros de resonancia a la frecuencia de 235 Hz, por lo que sería conveniente estudiar los elementos inductivos y capacitivos que les rodean para ver cuáles son aquellos que más interfieren en la distorsión armónica.

6.1. Simulación interruptor cerrado

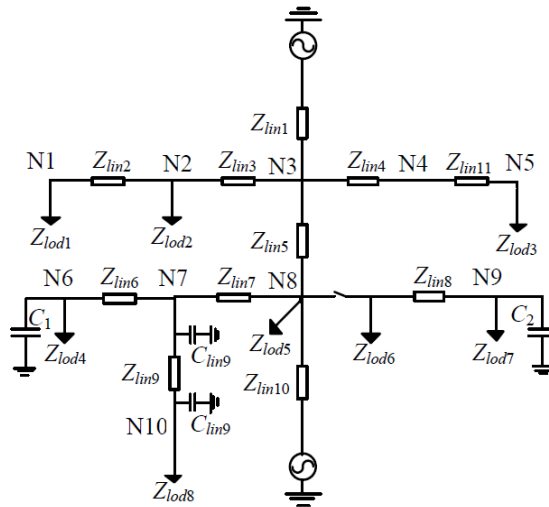


Figura 14: Red IEEE 13 buses interruptor cerrado

Para empezar, se observa el gráfico de impedancias modales de la Fig. 15 para listar aquellos modos en los que se detectan picos. En este caso, lo más intuitivo sería estudiar el modo 9 ya que es el que llega a valores más exagerados, pero como se ha dicho se observan con detalle todos ellos.

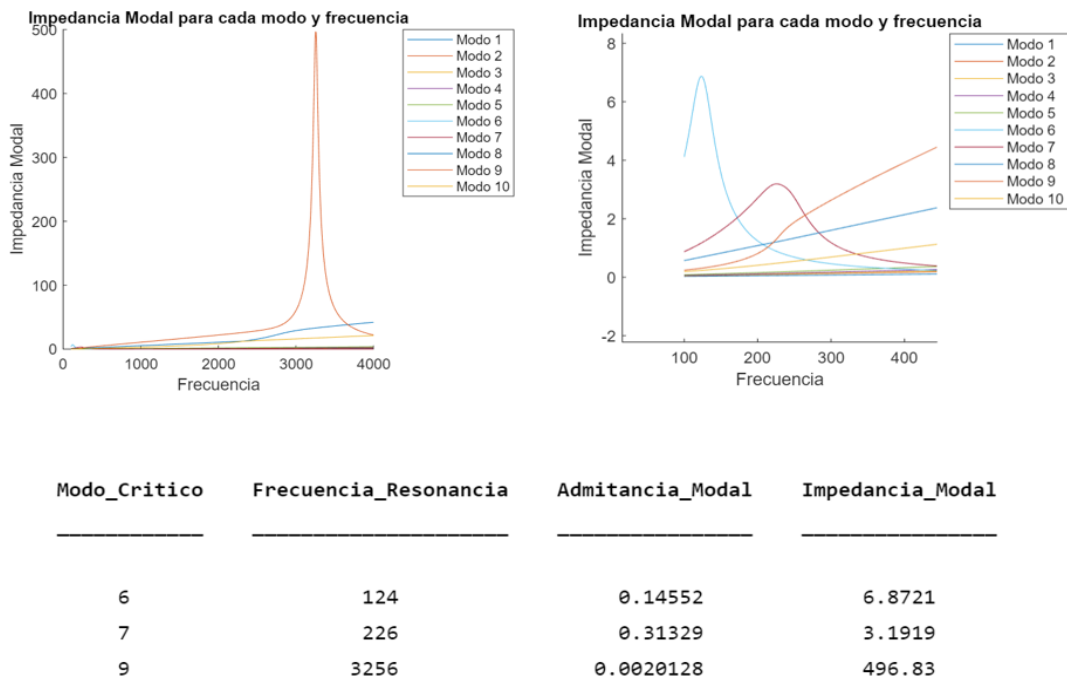


Figura 15: Modos críticos a su frecuencia de resonancia del circuito con interruptor cerrado

Una vez hecho esto y siguiendo el procedimiento habitual, se extrae el gráfico de factores de participación y se representa en el circuito por el sistema de bolas determinado cuál sería el efecto en cada uno de los nudos para las tres diferentes frecuencias en pu.

6.1.1. Modo 6: $h = f/50 = 2.48\text{pu}$

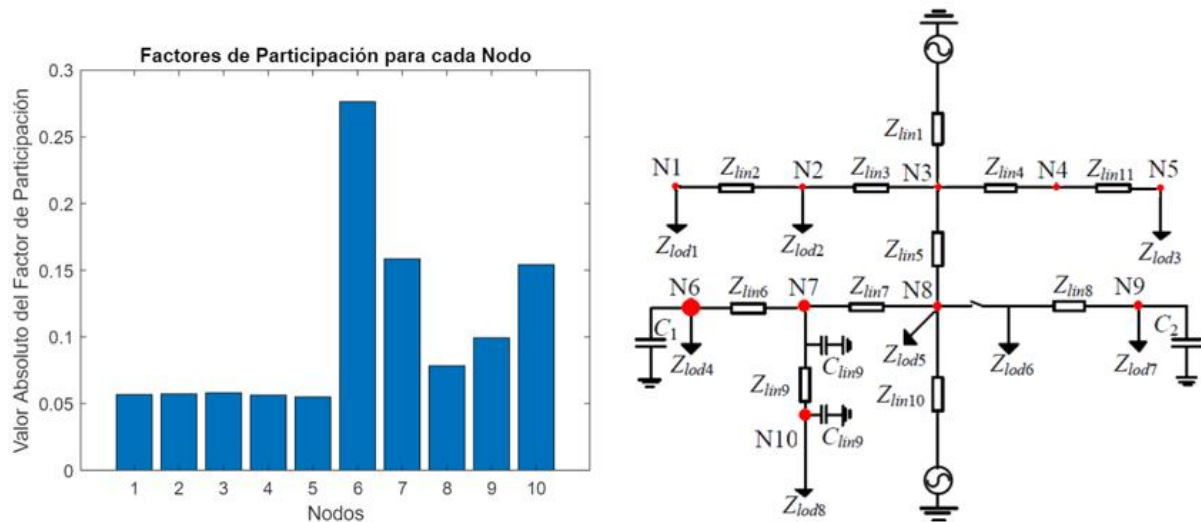


Figura 16: Factores de participación para cada nodo del modo 6

Los resultados indican que la resonancia estudiada afecta fundamentalmente a las impedancias vistas desde los nudos N6, N7 y N10 y en menor medida a los nudos N8 y N9. El nivel de influencia o afectación es el indicado por el valor de los factores de participación de la Fig. 16. A la vista del resultado anterior, se observa que el nudo principalmente afectado por dicha resonancia es el N6, por lo que probablemente sea provocada por la interacción de los elementos conectados en dicho nudo, es decir, por la interacción del condensador C_1 y los condensadores de la $lin9$ con las inductancias de las líneas $lin4$, $lin6$ y $lin9$ (y es posible que con las inductancias de la carga $lod8$).

Con tal de comprobar esta afirmación como cierta y decidir cuál es el parámetro que realmente influye, se ha graficado la variación de la resonancia (indicándola con el valor de la impedancia modal para ser fiel al gráfico del programa) en función del valor de cada uno de estos condensadores y reactancias individualmente. Como se puede observar, se han variado sus impedancias tomando 5 valores: $0.9 \cdot X$, $0.95 \cdot X$, X , $1.05 \cdot X$ y $1.1 \cdot X$ donde X es cada una de las X_c o X_L de estos elementos. En el apéndice I se pueden ver todos los datos de este estudio resumidos en tablas para cada uno de los casos.

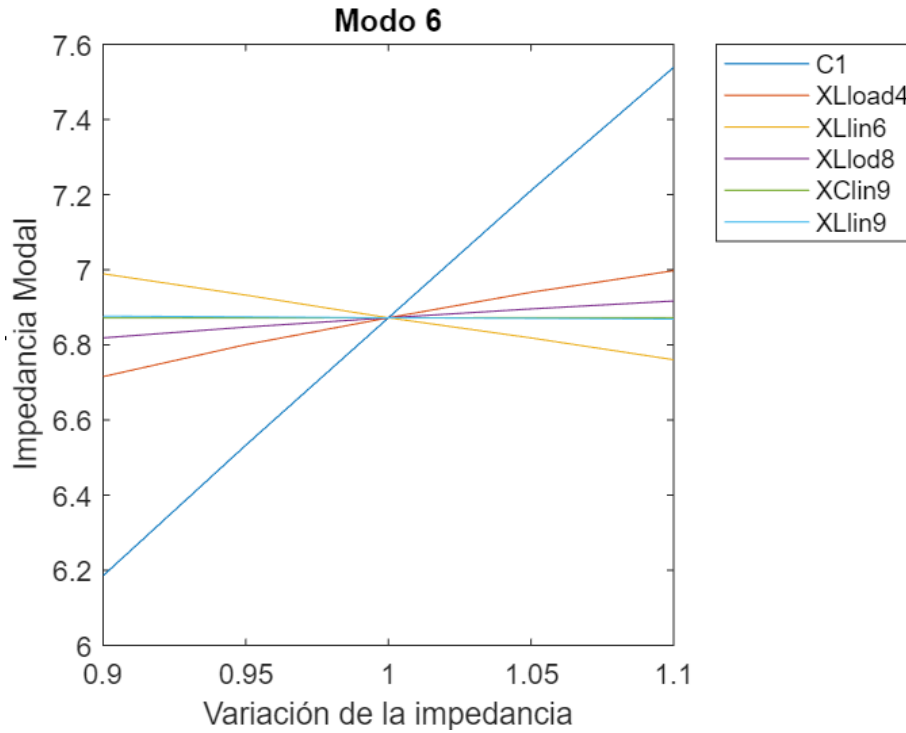


Figura 17: Influencia de la variación de las impedancias en la resonancia del modo 6

Como era de esperar, en la Fig. 17 se aprecia claramente que el elemento que más influencia la resonancia de este modo a la frecuencia de 2.48pu es el condensador C1, probablemente con la interacción con las bobinas de la *lod4* y la *lin6*.

Se decide estudiar más en profundidad la interacción de estos componentes críticos. La onda de frecuencia a 50 Hz está llena de componentes armónicas que distorsionan y ensucian la señal. Por el Teorema de Fourier se deduce que ondas periódicas como esta se pueden descomponer en una suma de funciones sinusoidales de frecuencia múltiple de la fundamental f_1 . Por eso se puede trabajar con el orden armónico definido como $k_r = \frac{f_r}{f_1}$. Sabiendo que la resonancia atiende a la fórmula (4) del capítulo 4, se deduce lo siguiente:

$$f_r = \frac{w_r}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \rightarrow k_r = \frac{f_r}{f_1} = \frac{1}{f_1} \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{w_1\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{w_1^2 LC}} = \frac{1}{\sqrt{w_1 L w_1 C}} = \sqrt{\frac{X_c}{X_L}} \quad (21)$$

Donde:

f_1 es la frecuencia fundamental de 50 Hz

Es decir, (21) concluye que k_r depende de los valores de X_c y X_L calculados a 50 Hz.

A partir de esto se calcula la interacción del condensador con las bobinas de la *lod4* (22) y de la *lin6* (23), que corresponden a aquellas de las ramas 11 y 12 respectivamente (ver Tabla 13 del apéndice I):

$$k = \sqrt{\frac{1,6}{1,33}} = 1,2 \quad (22)$$

$$k = \sqrt{\frac{1,6}{0,0766}} = 4,57 \quad (23)$$

Con los resultados se concluye que posiblemente la interacción responsable de la resonancia es la del condensador *C1* con la rama en paralelo de la carga *lod4*, ya que se están estudiando resonancias en paralelo, pero afectada por la inductancia de la línea *lin6*.

6.1.2. Modo 7: $h = f/50 = 4.52pu$

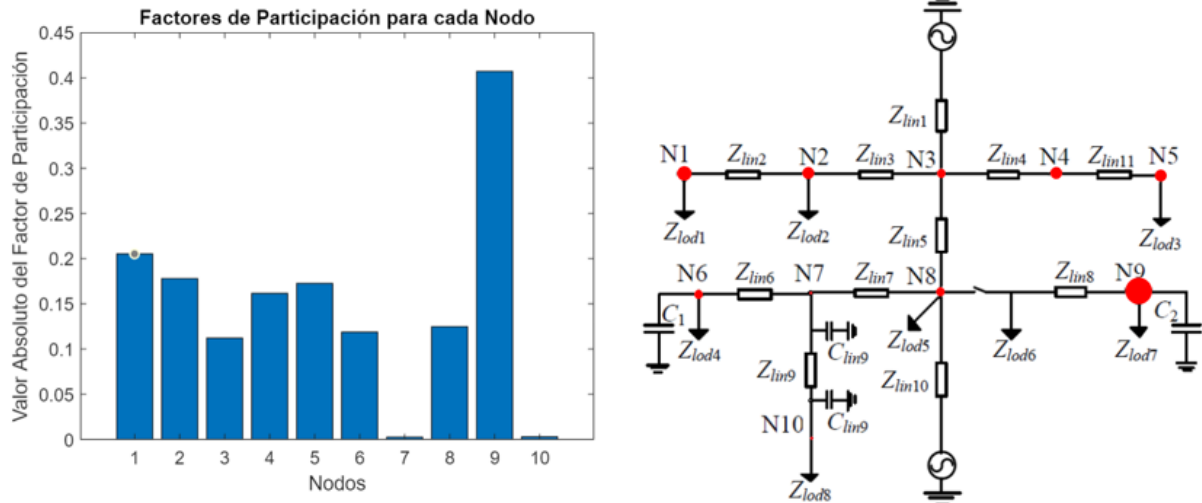


Figura 18: Factores de participación para cada nodo del modo 7

Los resultados indican que la resonancia estudiada afecta fundamentalmente a las impedancias vistas desde los nudos N1 y N9 y en menor medida a los nudos N2, N3, N4, N5, N6 y N8. El nivel de influencia o afectación es el indicado por el valor de los factores de participación de la Fig. 18. A la vista del resultado anterior, se observa que el nudo principalmente afectado por dicha resonancia es el N9, por lo que probablemente sea provocada por la interacción de los elementos conectados en dicho nudo, es decir, por la interacción del condensador *C2* con las reactancias de las líneas *lin8* (y es posible que con las reactancias de la carga *lod7*).

Como en el caso anterior se ha vuelto a hacer el estudio de la variación de esta resonancia con los elementos sospechosos.

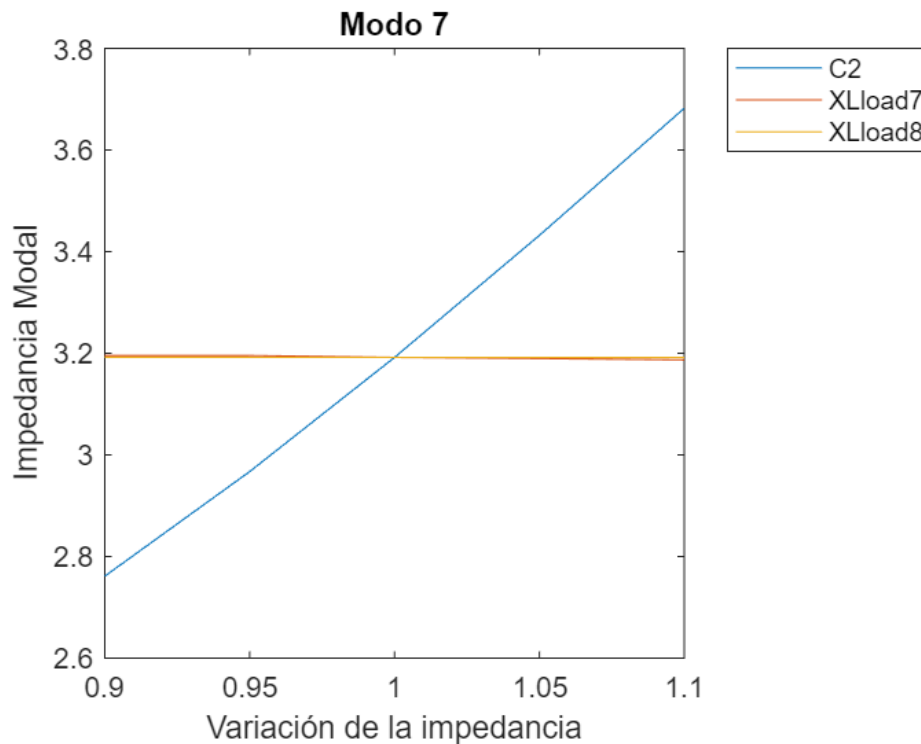


Figura 19: Influencia de la variación de las impedancias en la resonancia del modo 7

De nuevo vemos que el elemento más influyente en la resonancia es un condensador, en este caso el esperado C2, mientras que las otras reactancias no la alteran.

De todas formas, se decide a partir de (21) calcular la interacción del condensador con las bobinas de la *lod7* (24) y de la *lin8* (25), que corresponden a aquellas de las ramas 20 y 19 respectivamente (ver Tabla 13 del apéndice I):

$$k = \sqrt{\frac{2}{1,7778}} = 1,06 \quad (24)$$

$$k = \sqrt{\frac{2}{0,0423}} = 6,88 \quad (25)$$

Con los resultados se concluye que posiblemente la interacción responsable de la resonancia es la del condensador C2 con la rama en paralelo de la carga *lin8* pero afectada por la inductancia de la carga *lod7*.

6.1.3. Modo 9: $h = f/50 = 65.12\text{pu}$

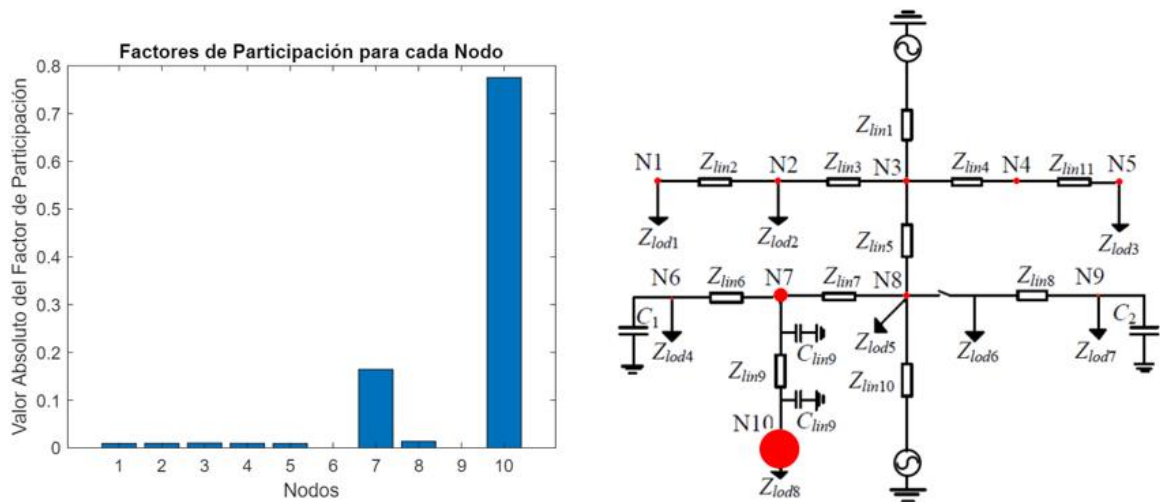


Figura 20: Factores de participación para cada nodo del modo 9

Los resultados indican que la resonancia estudiada afecta fundamentalmente a las impedancias vistas desde el nudo N10 y en menor medida al nudo N7. Como era de esperar, el modo 9 es el que llega al factor de participación más alto al ser este el más crítico de los tres visto en la Fig. 20. Siendo N10 el nudo más afectado por la resonancia, se estudia la interacción de los elementos conectados a dicho nudo que la provocan, es decir, la interacción de los condensadores de la *lin9* con las reactancias de la línea *lin9* (y es posible que con las reactancias de la carga *lod8*).

En la Fig. 21 queda resumido el gráfico de la comprobación de estas suposiciones.

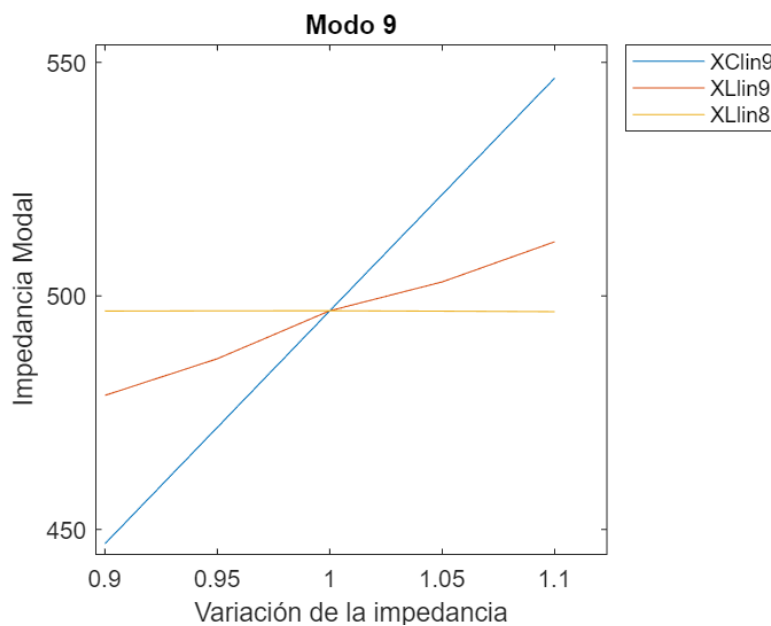


Figura 21: Influencia de la variación de las impedancias en la resonancia del modo 9

Si que es verdad que la reactancia de la *lin9* tiene algo de influencia en la resonancia de a esta frecuencia, pero en su mayoría sus condensadores.

A partir de esto se calcula la interacción del condensador con las bobinas de la *lin9* (26) y de la *lod8* (27), que corresponden a aquellas de las ramas 15 y 23 respectivamente (ver Tabla 13 del apéndice I):

$$k = \sqrt{\frac{578,75}{2,666}} = 14,73 \quad (26)$$

$$k = \sqrt{\frac{578,75}{0,0766}} = 86,36 \quad (27)$$

Con los resultados se concluye, como se ha mostrado en gráfico de la Fig. 21, que probablemente la interacción responsable de la resonancia es la de los condensadores *Clin9* con la inductancia de la *lin9*.

6.2. Simulación interruptor abierto

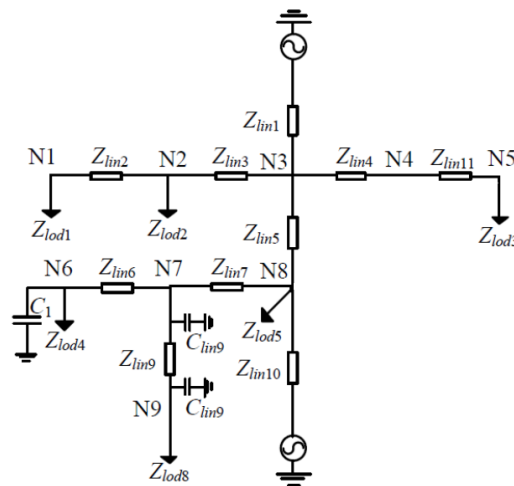


Figura 22: Red IEEE 13 buses interruptor abierto

Como se ha comentado, se decide hacer exactamente el mismo estudio en el caso de que el interruptor se hallara abierto. En la Fig. 22 se puede observar que se ha decidido cambiar el N10 y nombrarlo para este ejemplo N9 por facilidad de comprensión y estructura del programa.

Igual que antes, se observa el gráfico de impedancias modales de la Fig. 23 para listar aquellos modos en los que se detectan picos. Se observa, como era de esperar, que aparecen las resonancias a frecuencias muy similares a las del caso anterior excepto la

de 4.56pu. Obviamente es porque esta se localizaba en el nodo que se ha eliminado al abrir el interruptor.

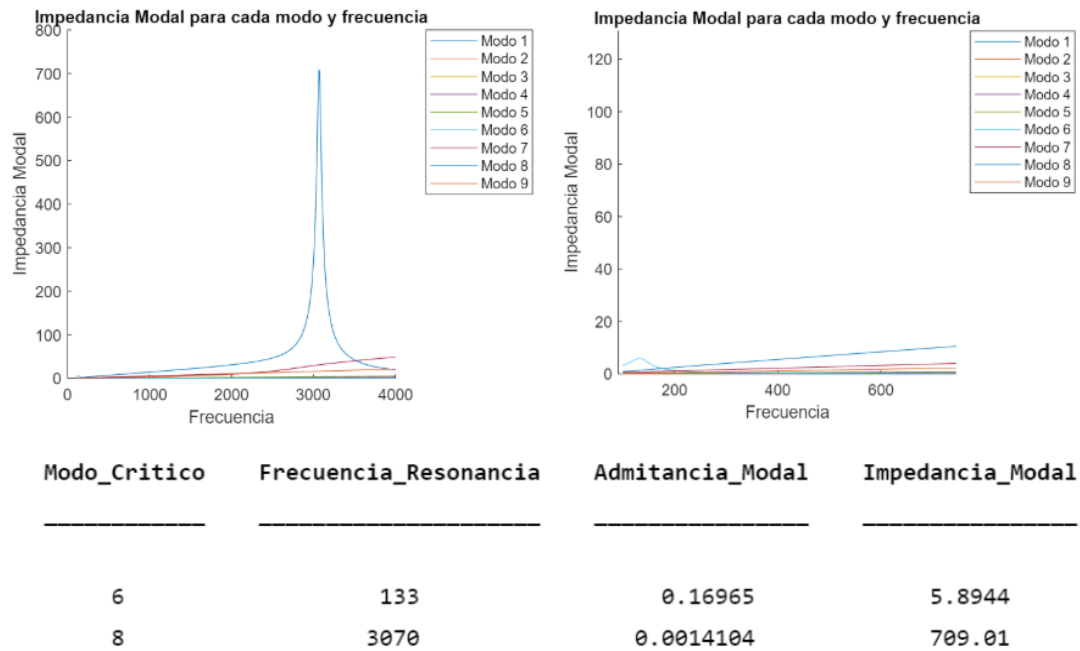


Figura 23: Impedancia modal de cada uno de los modos críticos a su frecuencia de resonancia del circuito con interruptor abierto

Una vez hecho esto y siguiendo el procedimiento habitual, se extrae el gráfico de factores de participación y se representa en el circuito por el sistema de bolas determinado cuál sería el efecto en cada uno de los nudos para las dos diferentes frecuencias en pu.

6.2.1. Modo 6: $h = f/50 = 2.66\text{pu}$

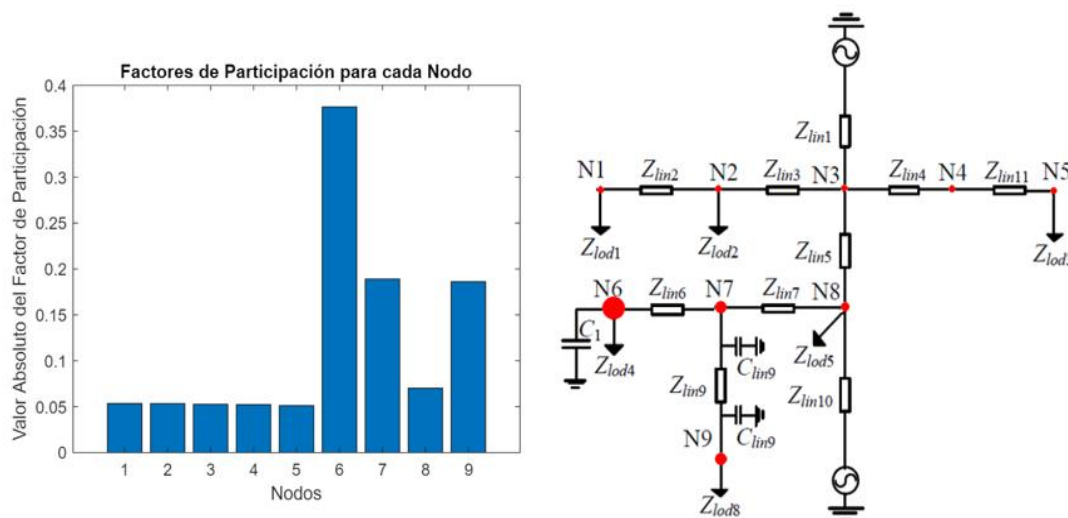


Figura 24: Factores de participación para cada nodo del modo 6

No es necesario repetir el estudio hecho ya para este modo en el caso anterior ya que se ve claramente que los nodos críticos y sus factores de participación son prácticamente iguales que en el caso anterior y, por lo tanto, en este caso la resonancia también se verá afectada por los mismos elementos. En concreto, por el condensador C_1 .

6.2.1. Modo 8: $h = f/50 = 61.4\text{pu}$

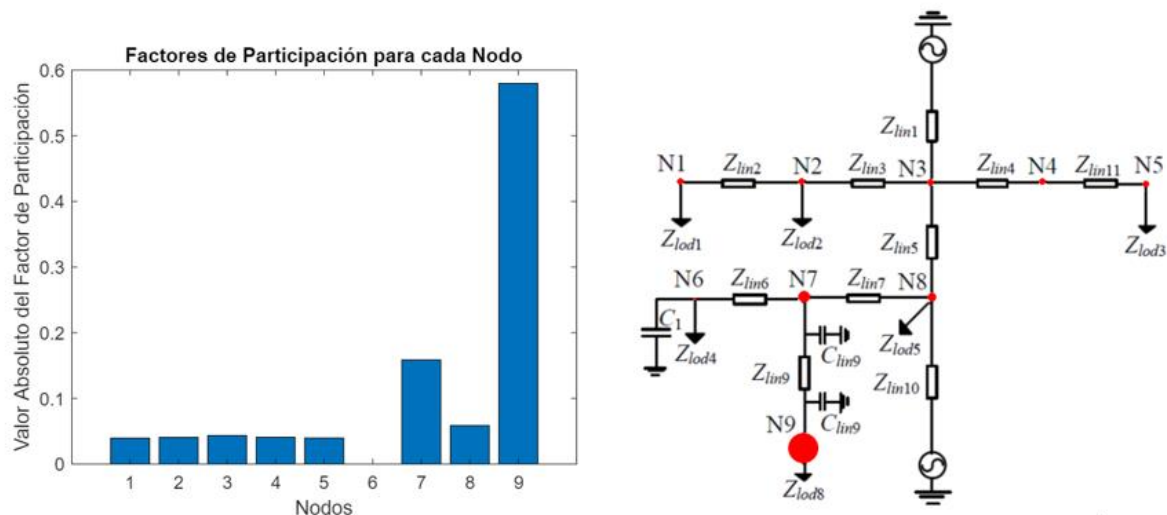


Figura 25: Factores de participación para cada nodo del modo 8

Aunque es cierto que a esta frecuencia los factores de participación no llegan a valores tan elevados como en el caso del interruptor cerrado, los resultados son muy parecidos. Por lo que se puede hacer la misma suposición realizada en el estudio del modo 6 de este ejemplo y concluir que los elementos que más influencia tendrán en esta resonancia serán los condensadores de la $lin9$ y, en menos valor, sus reactancias.

7. Análisis de otras redes IEEE

7.1. Red de IEEE 3 buses

Para complementar el marco teórico del proyecto, se decide estudiar 4 redes más, empezando por una red IEEE de tres nudos, compuesta por dos generadores y una carga a tierra. También se espera de este capítulo ver nuevos tipos de redes, con más componentes y la necesidad de analizar nuevos datos para demostrar el alcance del método modal de análisis.

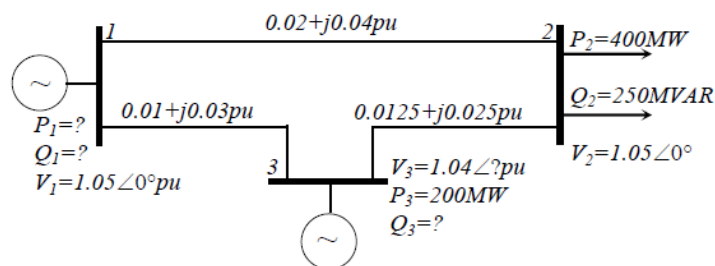


Figura 26: Red IEEE de 3 buses [5]

La diferencia principal de las redes de este capítulo es la definición de cada bus como un tipo distinto (más adelante se explicarán las diferencias de cada tipo en más detalle).

A partir de los datos proporcionados por el artículo [5], se pueden extraer los datos del circuito para crear el archivo que se introducirá en el programa de la siguiente manera, tanto para esta red como para las siguientes:

1. Se detectan primero aquellos nudos que corresponden a generadores, en este caso 1 y 3. Para definir su impedancia resultante se caracteriza la red a partir de su Thevenin equivalente. Este tiene como información la tensión Thevenin E_{th} y la impedancia Thevenin X_{red} , que se calculan de la siguiente forma:

$$E_{th} = U_0; \quad X_{red} = \frac{U_0^2}{S_{cc}} \quad (28)$$

Donde:

U_0 es la tensión de vacío de la red

S_{cc} es la potencia de cortocircuito de la red

Si se trabaja en pus:

$$X_{red_pu} = X_{red}/Z_b = X_{red}/(U_N^2/S_N) = (U_0^2/S_{cc})/(U_N^2/S_N) \approx S_N/S_{cc} \text{ pues } U_N \approx U_0 \quad (29)$$

La relación $X_{red_pu} = S_N/S_{cc}$ de (29), en realidad, define la caída de tensión de la red cuando la carga trabaja en condiciones nominales y su inverso es la relación de cortocircuito (*shortcircuit ratio*, *SCR*). Es decir, si la $X_{res_pu} = 0.1$, la caída de tensión es aproximadamente del 10%. Por ejemplo, si la red es de 6kV, la caída será de 600V. Lo normal es encontrar valores entre el 2.5%-5%, que corresponden a valores $SCR = 20$ a 40 pu. Pero en redes débiles como esta de gran impedancia y caída de tensión, se puede llegar a este 10%, el cual corresponde a estos dos nudos.

Por último, la resistencia de este tipo de redes suele ser despreciable frente a la reactancia, pero se le adjudica una relación de $X/R=10$ con tal de no despreciarla totalmente, y poder calcular R_{pu} a partir de conocer X_{pu} .

Se describen como una impedancia resultante de una resistencia y una bobina de valores pequeños, por ejemplo: $0.01 + j0.1$ (Ramas 2 y 3 de la Tabla 14 del apéndice II).

2. Se definen las cargas (*load*) a partir de su potencia consumida. En la Fig. 26 y en la siguiente tabla se puede ver cómo, en este caso, solo existe una carga en el nudo 2 (Rama 1 de la Tabla 14) :

Tabla 2: Datos de potencia consumida por cada bus de la red de 3 nudos [5]

Bus no.	Type	V (p.u)	Θ (deg)	P_L (MW)	Q_L (MVA)
1	1	1.05	0	0	0
2	3	1.00	0	400	250
3	2	1.04	0	0	0

Se calcula esta impedancia a partir de la expresión de potencia consumida por la carga y trabajando en pus con una potencia base $S_b = 1000$ MVA.

$$\underline{S} = (P_L + jQ_L)/S_b \quad (30)$$

$$\underline{Z} = U^2 / \underline{S}^* \quad (31)$$

Como se está trabajando en pus, se considera $U = 1$.

3. El último paso es el más obvio de todos. Definir las líneas que conectan los nudos entre ellos y al suelo (Ramas de la 4 a la 12 de la Tabla 14). En la Tabla 3 se indican los caminos que marcan las líneas de nudo a nudo (columnas 1 y 2), junto con los valores de la resistencia y de la reactancia longitudinales (columnas 3 y 4).

En la columna 5 aparece la mitad de la susceptancia B transversal del circuito PI, es decir, a cada lado de la línea existe un condensador el valor de los cuales corresponde al inverso de B .

Tabla 3: Datos de las líneas de la red de 3 nudos [5]

Bus de entrada	Bus de salida	Resistencia R (p.u)	Reactancia X (p.u)	Susceptancia B/2 (p.u)
1	2	0.02	0.04	0.03
1	3	0.01	0.03	0.02
2	3	0.0125	0.025	0.025

Al igual que se ha hecho durante todo el Proyecto, una vez tenemos la red definida en formato digital analizamos sus resonancias empezando por detectar los modos críticos y, posteriormente, se analizan los factores de participación de cada uno de estos.

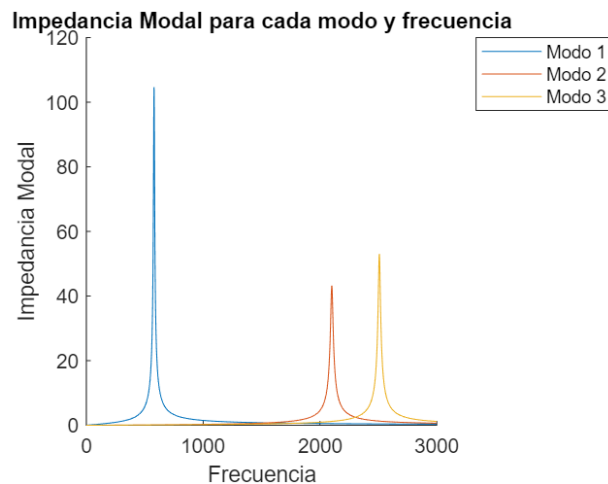


Figura 27: Impedancias modales para cada modo y frecuencia de la red de 3 nudos

Modo_Critico	Frecuencia_Resonancia	Admitancia_Modal	Impedancia_Modal
1	579	0.0095542	104.67
2	2101	0.023139	43.218
3	2508	0.018857	53.032

Figura 28: Modos críticos a su frecuencia de resonancia de la red de 3 nudos

7.1.1. Modo 1: $f = 570\text{Hz} = 11.58\text{pu}$

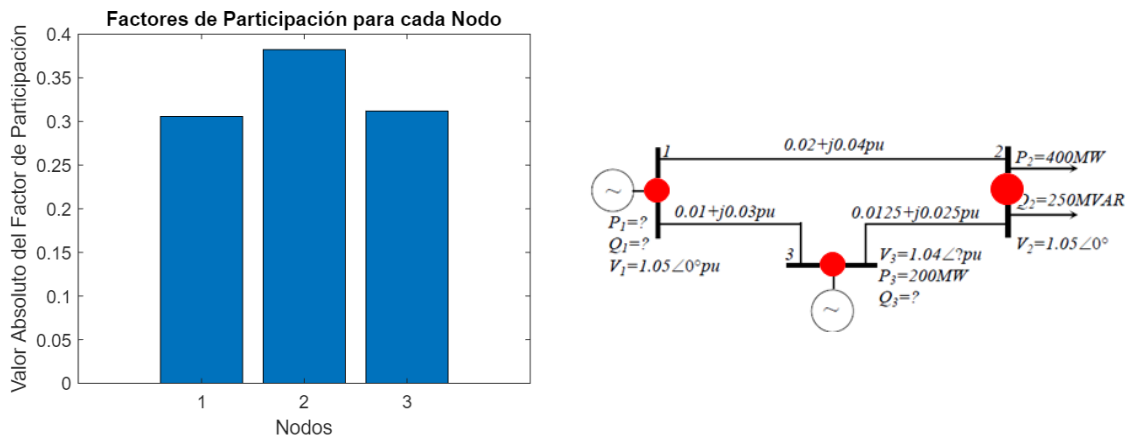


Figura 29: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 1

Para verificar y entender mejor los resultados, añadimos ahora tres impedancias nuevas, que son las vistas desde cada uno de los nudos que están directamente relacionadas con los factores de participación. Para verificarlo, las comparamos con el valor de la impedancia modal del modo crítico 1 a su frecuencia de resonancia de 579 Hz. Estas nuevas impedancias corresponden a las curvas verde, negra y roja de la siguiente figura:

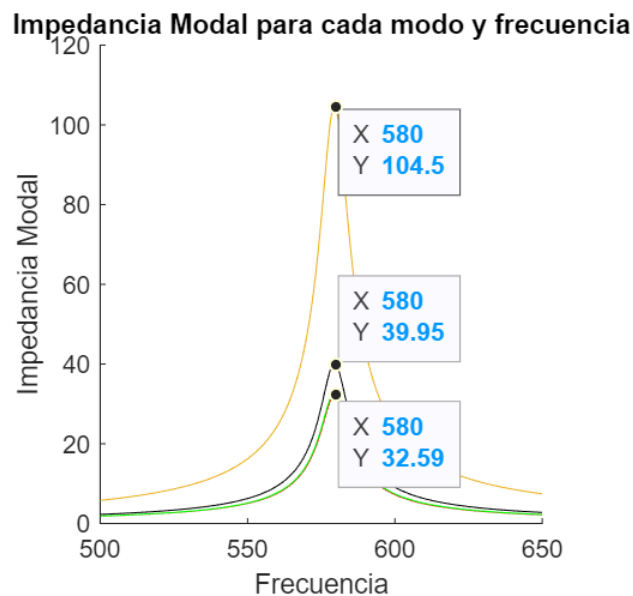


Figura 30: Comparación de la impedancia del modo crítico 1 a su frecuencia de resonancia con las impedancias vistas desde cada uno de los 3 nudos

En esta figura se puede ver lo siguiente:

$$104.67 \times 0.38 = 39.95$$

$$104.67 \times 0.31 = 32.59$$

Es decir, los factores de participación, igual que se ve en la Fig. 29, definen que la resonancia en la frecuencia crítica del modo 1 se ve reflejada en un 38% al valor de la impedancia vista desde el nodo 2, en un 62% a la de los nos 1 y 3 prácticamente a partes iguales.

7.1.2. Modo 2: $f = 2101\text{Hz} = 42.02\text{pu}$

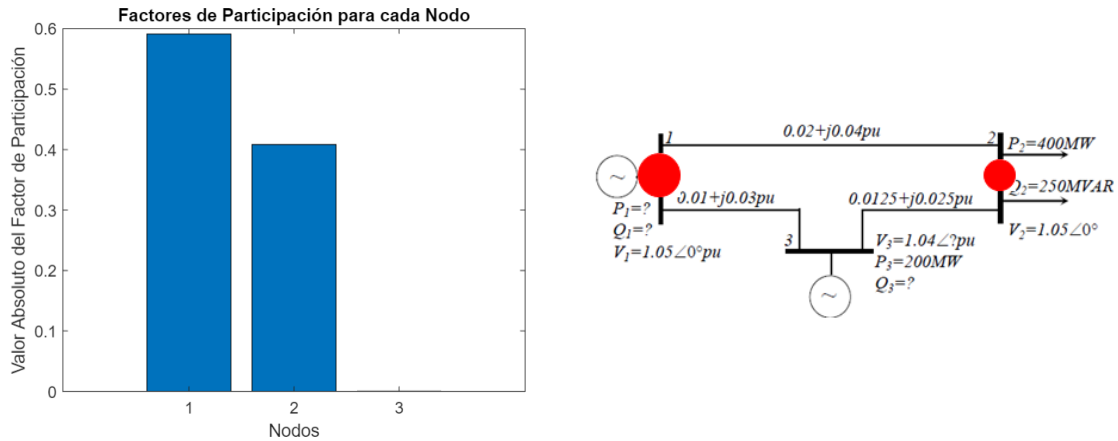


Figura 31: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 2

Añadimos ahora las tres impedancias nuevas y las comparamos con el valor de resonancia del modo crítico 2 a la frecuencia de 2101 Hz.

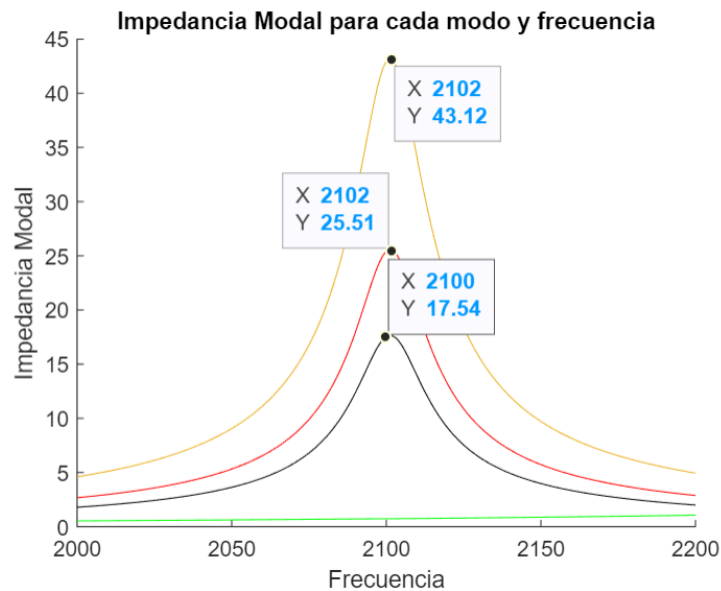


Figura 32: Comparación de la impedancia del modo crítico 2 a su frecuencia de resonancia con las impedancias vistas desde cada uno de los 3 nudos

En esta figura se puede ver lo siguiente:

$$43.218 \times 0.59 = 25.51$$

$$43.218 \times 0.41 = 17.54$$

$$43.218 \times 0 = 0$$

Es decir, los factores de participación, igual que se ve en la Fig. 31, definen que la resonancia en la frecuencia crítica del modo 2 se ve reflejada en un 59% al valor de la impedancia vista desde el nodo 1, en un 41% a la del nodo 2, y un 0% a la del nodo 3.

7.1.3. Modo 3: $f = 2508\text{Hz} = 50.16\text{pu}$

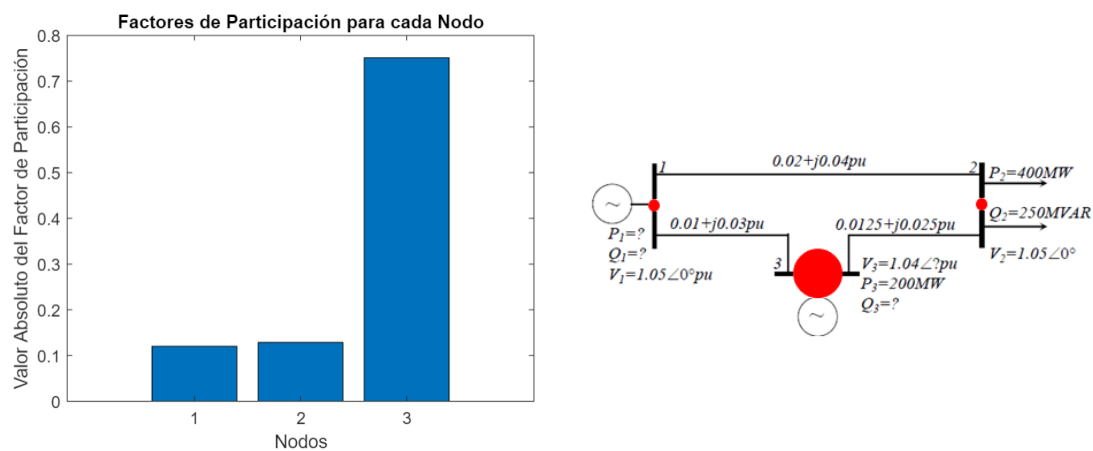


Figura 33: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 3

Añadimos ahora las tres impedancias nuevas y las comparamos con el valor de resonancia del modo crítico 3 a la frecuencia de 2508 Hz.

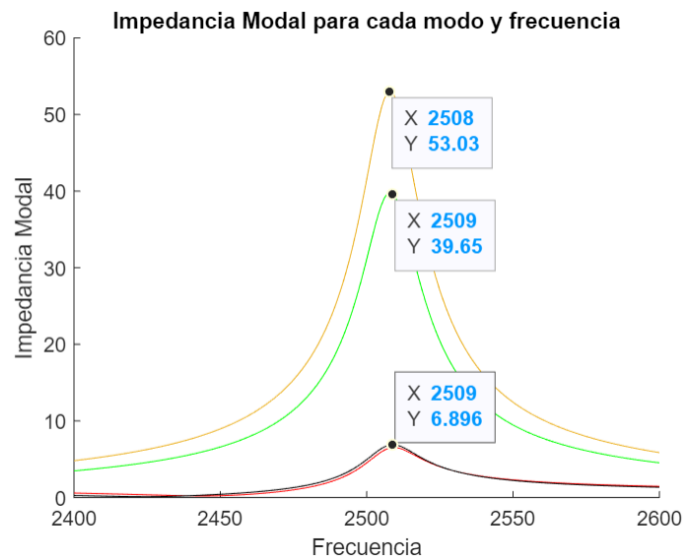


Figura 34: Comparación de la impedancia del modo crítico 2 a su frecuencia de resonancia con las impedancias vistas desde cada uno de los 3 nudos

En esta figura se puede ver lo siguiente:

$$53.032 \times 0.74 = 39.24$$

$$53.032 \times 0.13 = 6.896$$

Es decir, los factores de participación, igual que se ve en la Fig. 32, definen que la resonancia en la frecuencia crítica del modo 3 se ve reflejada en un 74% al valor de la impedancia vista desde el nodo 3, y en un 26% a la de los nos 1 y 2 prácticamente a partes iguales.

En esta primera red, después de analizar modo por modo, se puede ver claramente por el sistema de puntos como, aunque el modo 2 presente factores de participación elevados, el modo crítico 3 es aquel con el valor más alto tanto de impedancia modal como de factor de participación. En este caso se ve claramente como el centro de resonancia sería el nodo 3, correspondiente a un generador. La resonancia del modo crítico 2 se localiza en los nudos 1 y 2 mientras que la resonancia del modo 1 está repartida en toda la red.

7.2. Red IEEE de 14 buses

Se propone ahora el estudio de una red de 14 buses. A simple vista ya se puede ver como contiene dos generadores y es más compleja que la anterior. Es por eso por lo que se va a tener que definir con más precisión a medida que se vaya construyendo el archivo de datos.

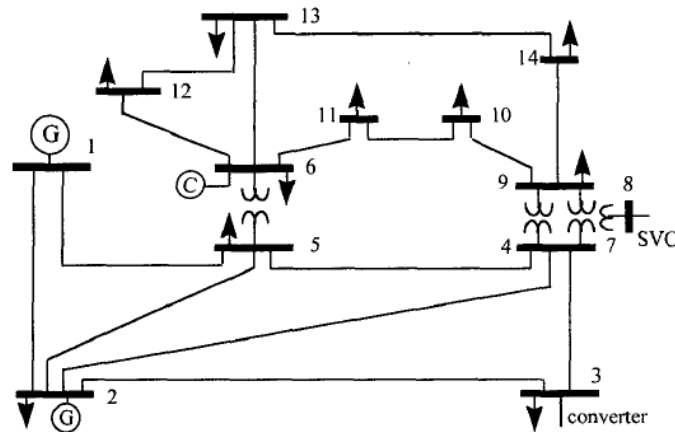


Figura 35: Red IEEE de 14 buses [6]

A partir de los datos proporcionados por el artículo [6] se pueden extraer los datos del circuito para crear el archivo, que se introducirá en el programa construyendo la siguiente tabla con la que se resume la red con más detalle:

Tabla 4: Datos de potencia consumida por cada bus de la red de 14 nudos con base $MVA = 100$ [6]

Bus no.	Type	$ V $ (p.u)	θ (deg)	P_L (MW)	Q_L (MVA)	G_{sh} (p.u)	B_{sh} (p.u)
1	1	1.06	0	0	0	0	0
2	2	1.045	0	0	0	0	0
3	3	1	0	119	8.762	0.0002	0.502
4	3	1	0	47.79	3.9	0	0
5	3	1	0	7.599	1.599	0	0
6	2	1.07	0	0	0	0	0
7	3	1	0	0	0	0	0
8	3	1	0	0	12.9	0.0023	0.1325
9	3	1	0	29.499	16.599	0	0.0633
10	3	1	0	9	5.799	0	0
11	3	1	0	3.501	1.8	0	0
12	3	1	0	6.099	1.599	0	0
13	3	1	0	13.5	5.799	0	0
14	3	1	0	14.901	5.001	0	0

En esta tabla se pueden diferenciar con más claridad los diferentes tipos de buses de los que se hablaba al analizar el circuito de 3 nudos, partiendo de la base que todas las potencias consumidas P_L y Q_L son dato en todos los buses. Esta información solo ayuda a definir y entender el circuito, pero no son datos que se utilizarán para el método modal de análisis.

Como se ha explicado, con la Tabla 4 se procede a crear el archivo de datos de la red siguiendo los mismos pasos que antes:

1. Primero se definen los nudos que corresponden a generadores, es este caso son el 1, 2 y 6 (Ramas 1, 2 y 3 de la Tabla 15 del apéndice II). A diferencia del estudio anterior, el valor de la inductancia de cada uno de estos es un dato, concretamente de 0.25pu. Toda esta información se puede ver en la siguiente tabla:

Tabla 5: Datos de los generadores de la red de 14 nudos [6]

Bus no.	Type	V (p.u)	P_G (KW)	Q_G (KVar)	Reactancia X (p.u)
1	1	1.06	261681	-28633	0.25
f2	2	1.045	18300	5857	0.25
6	2	1.07	-11200	44200	0.25

2. De la Tabla 4 también se extraen las cargas por potencia consumida (*loads*, Ramas de la 4 a la 16 de la Tabla 15). A diferencia del caso anterior, esta tabla tiene dos datos adicionales representados en las dos últimas columnas: la conductancia G_{sh} y la susceptancia B_{sh} de elemento *shunt* conectado entre el bus correspondiente y tierra. Para extraer la impedancia de estas cargas se procede según:

$$\underline{Z} = \frac{1}{G_{sh} + jB_{sh}} \quad (32)$$

3. Para finalizar, como antes, se extraen los datos que definirán las líneas de la red (Ramas de la 17 a la 50 de la Tabla X) de la siguiente tabla:

Tabla 6: Datos de las líneas de la red de 14 nudos [6]

Bus de entrada	Bus de salida	Resistencia R (p.u)	Reactancia X (p.u)	Susceptancia B/2 (p.u)
1	2	0.0194	0.0592	0.0528
1	5	0.054	0.223	0.0492
2	3	0.047	0.1979	0.0438
2	4	0.0581	0.1763	0.0374
2	5	0.0569	0.1738	0.0339
3	4	0.067	0.171	0.0346
4	5	0.0134	0.0421	0.0128
4	7	0	0.209	0
4	9	0	0.5562	0
5	6	0	0.2522	0
6	11	0.095	0.1989	0
6	12	0.1229	0.2557	0
6	13	0.0661	0.1302	0
7	8	0	0.1762	0
7	9	0	0.011	0
9	10	0.0318	0.0845	0
9	14	0.127	0.2703	0
10	11	0.082	0.192	0
12	13	0.2209	0.1999	0
13	14	0.1709	0.3479	0

Definido el archivo de datos y continuando con el método modal, se resumen el gráfico y la tabla con MATLAB que definen los modos críticos para analizar las resonancias a la frecuencia de cada uno de estos.

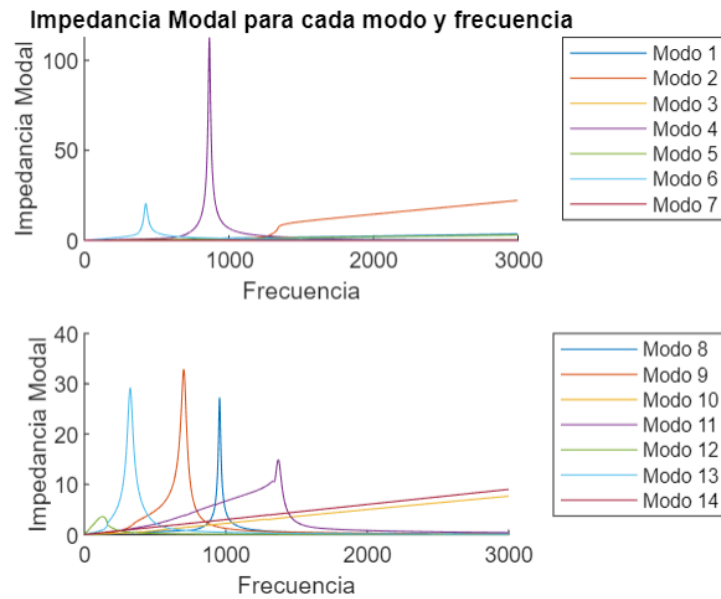


Figura 36: Impedancias modales para cada modo y frecuencia de la red de 14 nudos

Modo_Critico	Frecuencia_Resonancia	Admitancia_Modal	Impedancia_Modal
4	865	0.0088675	112.77
5	1115	0.98488	1.0154
6	425	0.048719	20.526
8	956	0.03667	27.27
9	703	0.030417	32.876
10	1278	0.32735	3.0548
11	1371	0.067148	14.892
12	128	0.28003	3.5711
13	324	0.034211	29.23

Figura 37: Modos críticos a su frecuencia de resonancia de la red de 14 nudos

Como ya se han hecho varios análisis de distintas redes y se ha entendido bien el método modal de análisis se ha decidido, para este circuito de 14 buses, solo analizar los 4 modos críticos con mayor valor de impedancia modal, ya que se ha demostrado varias veces que son aquellos entre los que se encuentra el centro de resonancia de la red. Estos corresponden a los modos 4, 8, 9 y 13.

7.2.1. Modo 4: $f = 865\text{Hz} = 17.3\text{pu}$

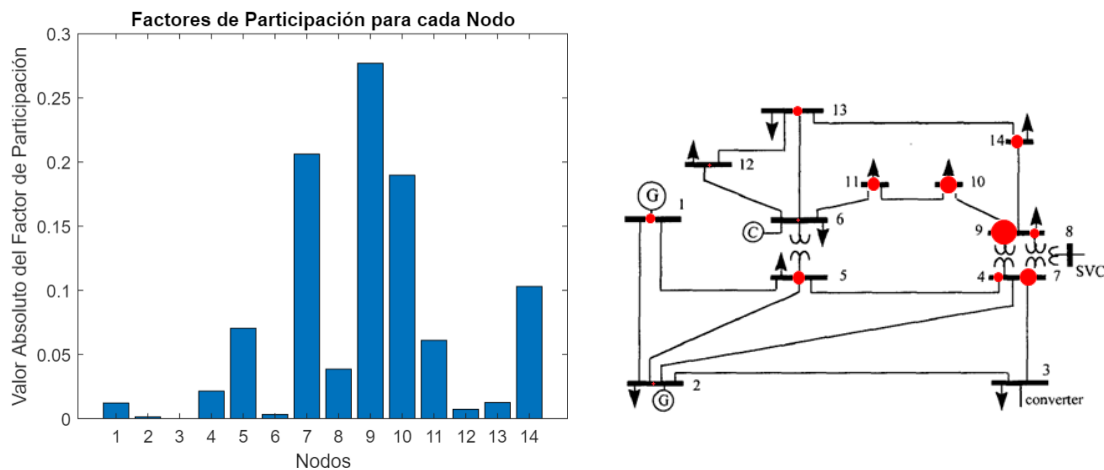


Figura 38: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 4

Añadimos ahora, igual que en el análisis de la red anterior, las impedancias nuevas y las comparamos con el valor de la impedancia modal del modo crítico 4 a la frecuencia de resonancia de 865 Hz. En este caso, como son muchos nodos, solo se han estudiado las impedancias vistas desde aquellos con mayor factor de participación según la Fig. 38.

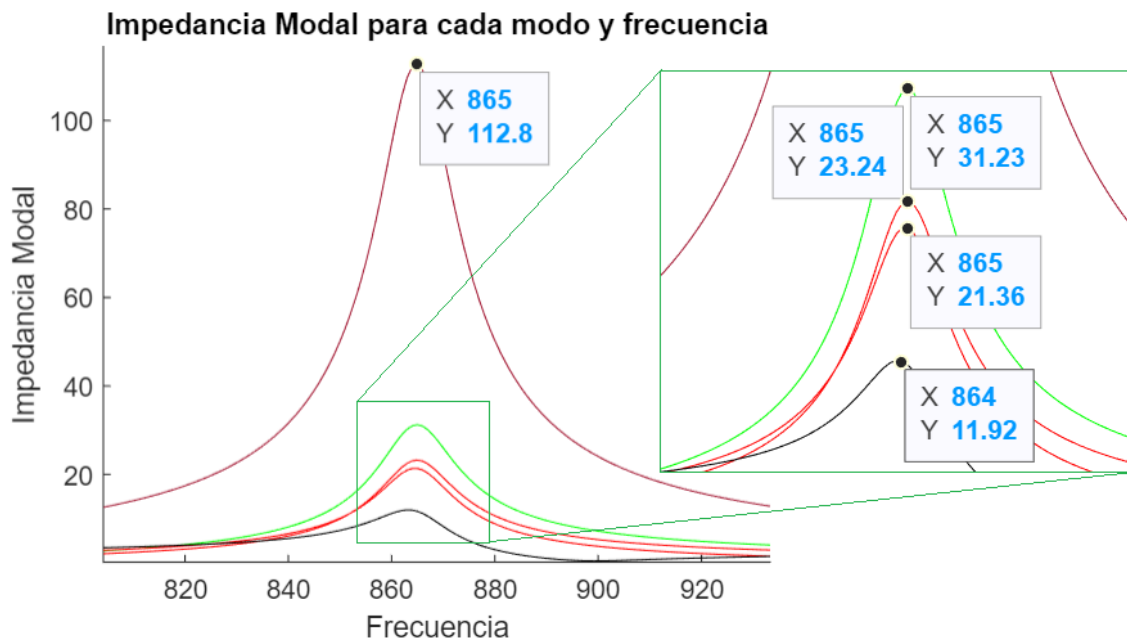


Figura 39: Comparación de la impedancia del modo crítico 4 a su frecuencia de resonancia con las impedancias vistas desde cada uno de los nudos de mayor FP

En esta figura se puede ver lo siguiente:

$$112.77 \times 0.28 = 31.23$$

$$112.77 \times 0.21 = 23.24$$

$$112.77 \times 0.19 = 21.36$$

$$112.77 \times 0.11 = 11.92$$

Es decir, los factores de participación, igual que se ve en la Fig. 38, definen que la resonancia en la frecuencia crítica del modo 4 se ve reflejada en un 28% al valor de la impedancia vista desde el nodo 9, en un 21% a la del nodo 7, en un 19% a la del nodo 10, y en un 11% a la del nodo 14. El 21% restante de la resonancia queda repartida entre el resto de nodos de la red.

7.2.2. Modo 8: $f = 956\text{Hz} = 19.12\text{pu}$

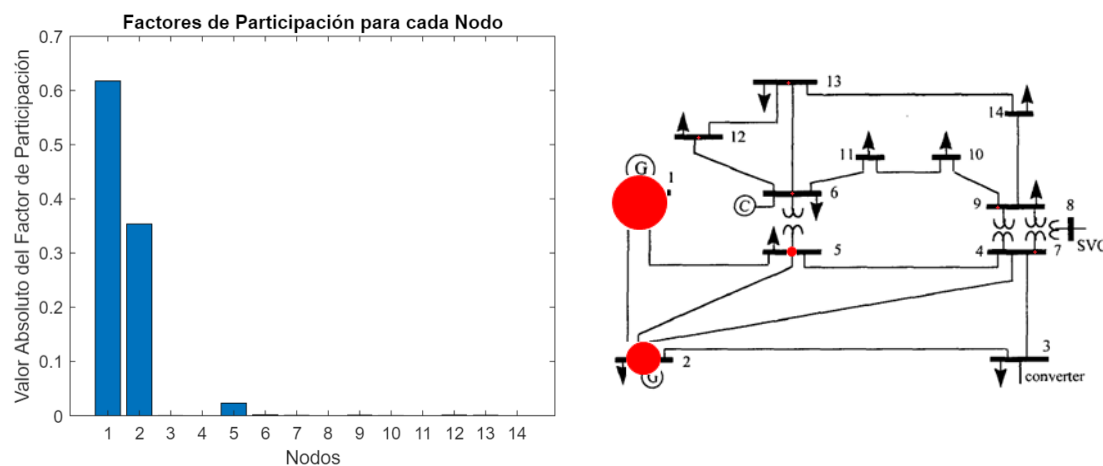


Figura 40: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 8

Añadimos ahora las impedancias nuevas y las comparamos con el valor de resonancia del modo crítico 8 a la frecuencia de 956 Hz. En este caso solo se han estudiado los nodos significativos 1, 2 y 5.

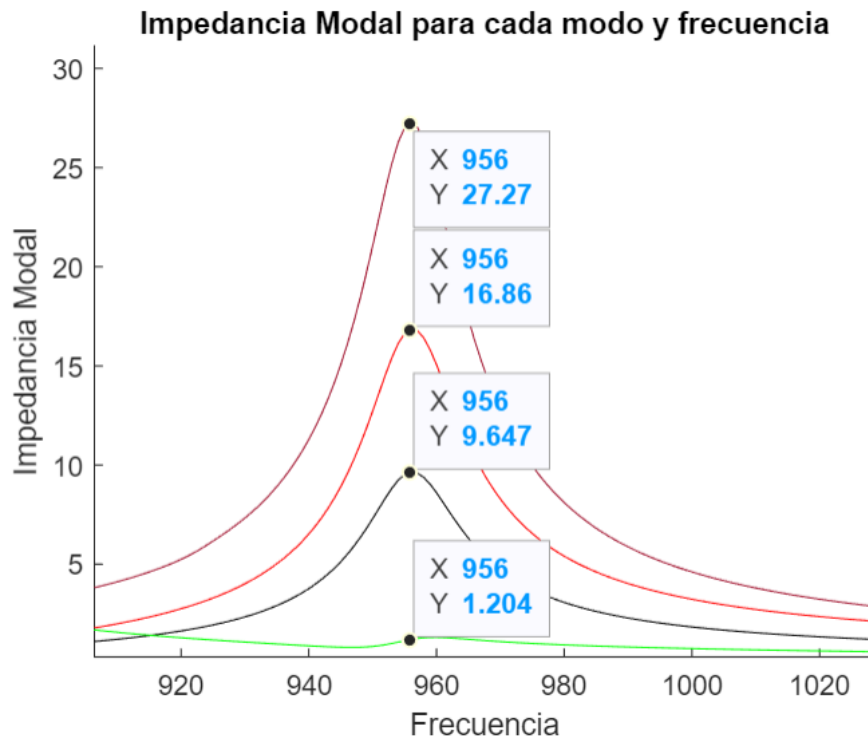


Figura 41: Comparación de la impedancia del modo crítico 8 a su frecuencia de resonancia con las impedancias vistas desde cada uno de los nudos de mayor FP

En esta figura se puede ver lo siguiente:

$$27.27 \times 0.61 = 16.86$$

$$27.27 \times 0.35 = 9.647$$

$$27.27 \times 0.04 = 1.204$$

Los factores de participación que la resonancia en la frecuencia crítica del modo 8 se ve reflejada en un 61% al valor de la impedancia vista desde el nodo 1, en un 35% a la del nodo 2, y en un 4% a la del nodo 5. Claramente, tanto en la comprobación numérica como en la Fig. 40, se puede localizar con facilidad la zona donde esta concentrada la resonancia, y que el resto de nodos con factores de participación no representan ni el 1% de esta.

7.2.3. Modo 9: $f = 703\text{Hz} = 14.06\text{pu}$

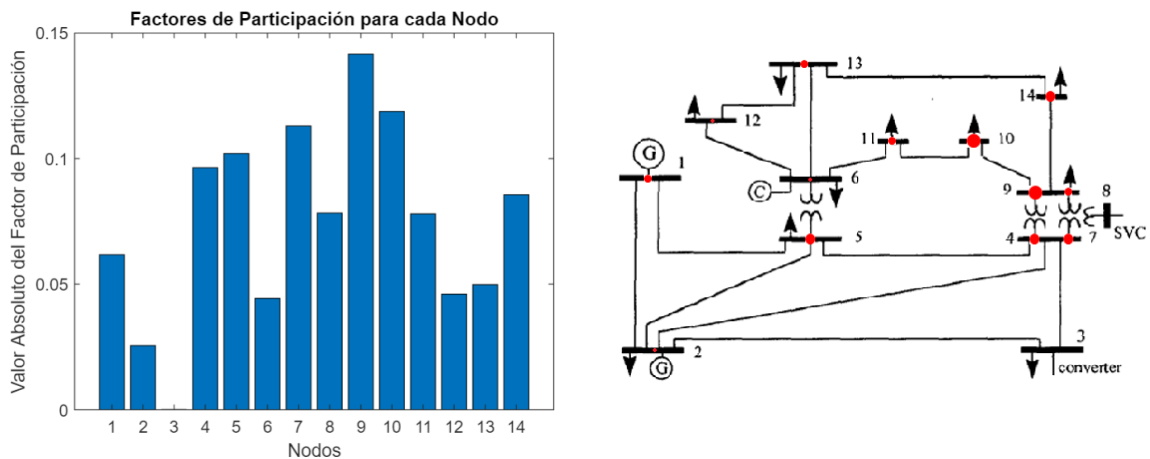


Figura 42: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 9

Añadimos ahora las impedancias nuevas y las comparamos con el valor de resonancia del modo crítico 9 a la frecuencia de 703 Hz. En este caso, se han estudiado los nodos que se preveen por la figura anterior con un FP cercano o mayor al 10%. Es decir, los nodos 4, 5, 7, 9 y 10.

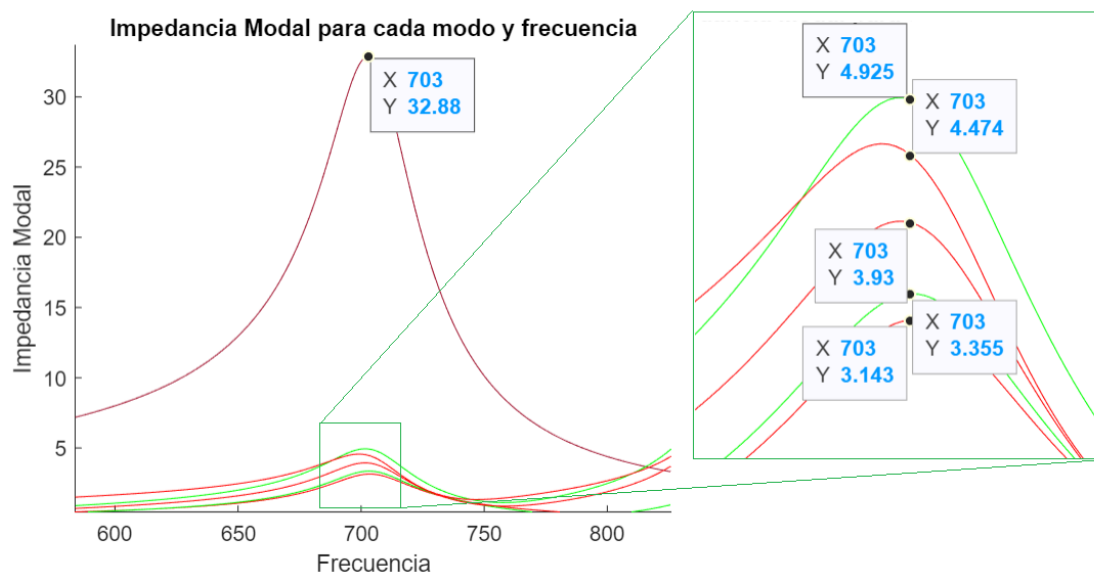


Figura 43: Comparación de la impedancia del modo crítico 9 a su frecuencia de resonancia con las impedancias vistas desde cada uno de los nudos de mayor FP

En esta figura se puede ver lo siguiente:

$$32.88 \times 0.14 = 4.925$$

$$32.88 \times 0.13 = 4.474$$

$$32.88 \times 0.12 = 3.93$$

$$32.88 \times 0.10 = 3.355$$

$$32.88 \times 0.09 = 3.143$$

En este caso esta claro que la resonancia esta mas repartida por todos los nodos de la red. En la frecuencia crítica del modo 9 se ve reflejada en un 14% al valor de la impedancia vista desde el nodo 9, en un 13% a la del nodo 10, en un 12% a la del nodo 7, en un 10% a la del nodo 5, y en un 9% en la del nodo 4. El 42% de la resonancia restante está repartida entre la impedancias vistas desde los otros 9 nodos con una influencia menor del 10% cada uno de ellas.

7.2.4. Modo 13: $f = 324\text{Hz} = 6.48\text{pu}$

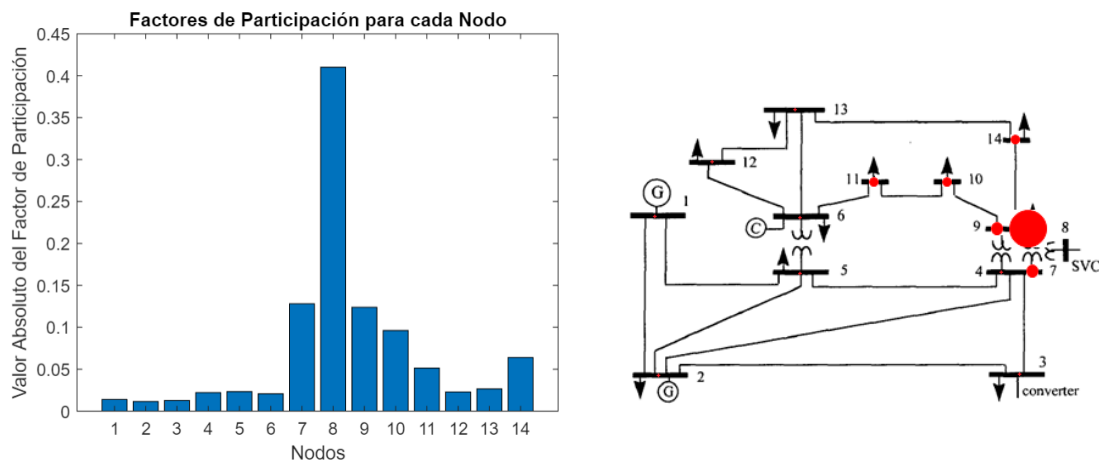


Figura 44: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 13

Añadimos ahora las impedancias nuevas y las comparamos con el valor de resonancia del modo crítico 13 a la frecuencia de 324 Hz. En este caso, se han estudiado los nodos que se preveen por la figura anterior con un FP cercano o mayor al 10%. Es decir, los nodos 7, 8, 9 y 10.

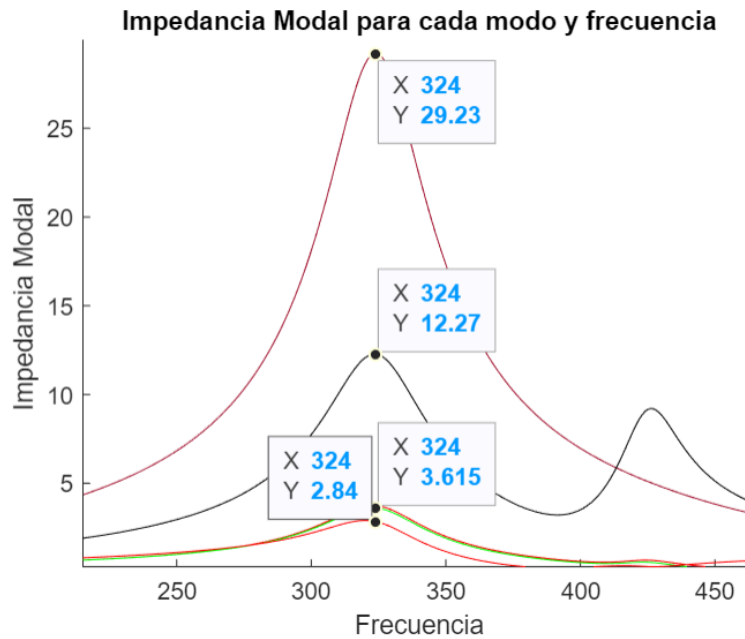


Figura 45: Comparación de la impedancia del modo crítico 9 a su frecuencia de resonancia con las impedancias vistas desde cada uno de los nudos de mayor FP

En esta figura se puede ver lo siguiente:

$$29.23 \times 0.42 = 12.27$$

$$29.23 \times 0.12 = 3.615$$

$$29.23 \times 0.10 = 2.84$$

Igual que en el modo crítico 8, en este caso se puede localizar fácilmente la zona de resonancia, encontrándose su centro en el nodo 8, donde se ve reflejada en un 42% al valor de la impedancia vista desde este. Seguidamente en un 12% a la de los nodos 7 y 9, y en un 10% en la del nodo 10. El 36% de la resonancia restante está repartida entre la impedancias vistas desde los otros 10 nodos con una influencia menor del 10% cada uno de ellas.

Concluyendo, aunque el valor de la impedancia modal más elevado sea la del modo crítico 4, con un análisis más exhaustivo se comprueba que aquellos problemáticos con una resonancia más exagerada serán principalmente el modo crítico 8, con centro de resonancia en el nodo 1 conectado a un generador llegando al mayor factor de participación de 0.61; y, en menor magnitud, este último modo crítico 13 con centro de resonancia en el nodo 8.

7.3. Red IEEE de 30 buses

Para completar el estudio y analizar su alcance, se prueba la simulación de una red con el mismo formato de información que la anterior pero mucho más grande. En concreto, un circuito construido por 30 nudos que, aparte de ser una red de buses con generadores como las anteriores, también consta de condensadores identificables en la siguiente figura:

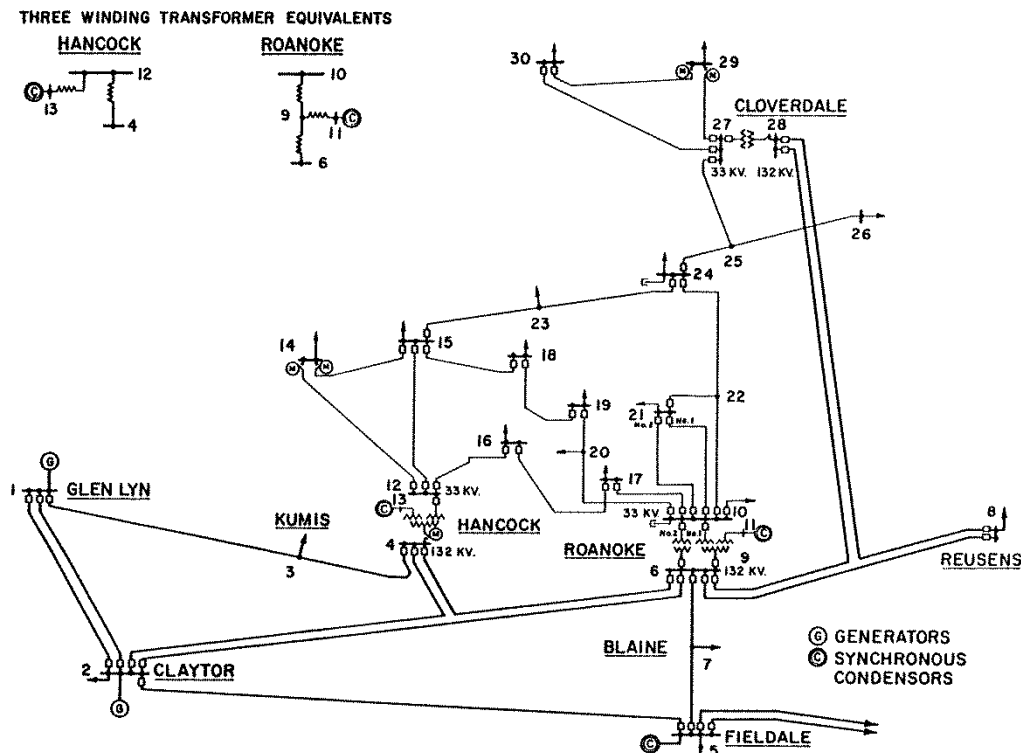


Figura 46: Red IEEE de 30 buses

De nuevo, se utilizan las tablas que definen la red en detalle para extraer los datos y crear el archivo que se introducirá en el programa.

Siguiendo el procedimiento descrito en este capítulo, se siguen los siguientes pasos para definir el archivo de datos representado en la Tabla 16 del apéndice II:

1. En la Fig. 46 se detectan los nudos 1 y 2 como aquellos que funcionan como generadores (Ramas 1 y 2 de la Tabla 16), los cuales se definen con el mismo criterio utilizado para la red de 3 buses.
2. De la Tabla 7 se extraen los datos para describir las cargas al igual que en el caso anterior (Ramas de la 7 a la 29 de la Tabla 16)

*Tabla 7: Datos de potencia consumida por cada bus de la red de 30 nudos con base
MVA = 100*

Bus no.	Type	V (p.u)	θ (deg)	P _G (MW)	Q _G (MVA)	P _L (MW)	Q _L (MVA)	G _{sh} (p.u)	B _{sh} (p.u)
1	1	1.05	0	0	0	0	0	0	0
2	2	1.0388	0	57.56	2.47	21.7	12.7	0	0
3	3	1	0	0	0	2.4	1.2	0	0
4	3	1	0	0	0	7.6	1.6	0	0
5	2	1.0058	0	24.56	22.57	94.2	19	0	0
6	3	1	0	0	0	0	0	0	0
7	3	1	0	0	0	62.8	10.9	0	0
8	2	1.023	0	35	34.84	80	30	0	0
9	3	1	0	0	0	0	0	0	0
10	3	1	0	0	0	5.8	2	0	0.19
11	2	1.0913	0	17.93	30.78	0	0	0	0
12	3	1	0	0	0	11.2	7.5	0	0
13	2	1.0883	0	16.91	37.83	0	0	0	0
14	3	1	0	0	0	6.2	1.6	0	0
15	3	1	0	0	0	8.2	2.5	0	0
16	3	1	0	0	0	3.5	1.8	0	0
17	3	1	0	0	0	9	5.8	0	0
18	3	1	0	0	0	3.2	0.9	0	0
19	3	1	0	0	0	9.5	3.4	0	0
20	3	1	0	0	0	2.2	0.7	0	0
21	3	1	0	0	0	17.5	11.2	0	0
22	3	1	0	0	0	0	0	0	0
23	3	1	0	0	0	3.2	1.6	0	0
24	3	1	0	0	0	8.7	6.7	0	0.04
25	3	1	0	0	0	0	0	0	0
26	3	1	0	0	0	3.5	2.3	0	0
27	3	1	0	0	0	0	0	0	0
28	3	1	0	0	0	0	0	0	0
29	3	1	0	0	0	2.4	0.9	0	0
30	3	1	0	0	0	10.6	1.9	0	0

3. Otra vez, igual que antes, se definirán las ramas correspondientes a las líneas entre nudos con los datos de la Tabla 8 (Ramas de la 30 a la 93 de la Tabla 16):

Tabla 8: Datos de las líneas de la red de 30 nudos

Bus de entrada	Bus de salida	Resistencia R (p.u)	Reactancia X (p.u)	Susceptancia B/2 (p.u)
1	2	0.01942	0.0575	0.0528
1	3	0.0452	0.1852	0.0408
2	4	0.057	0.1737	0.0368
3	4	0.0132	0.0379	0.0084
2	5	0.0472	0.1983	0.0418
2	6	0.0581	0.1763	0.0374
4	6	0.0119	0.0414	0.009
5	7	0.046	0.116	0.0204
6	7	0.0267	0.082	0.017
6	8	0.012	0.042	0.009
6	9	0	0.208	0
6	10	0	0.556	0
9	11	0	0.208	0
9	10	0	0.11	0
4	12	0	0.256	0
12	13	0	0.14	0
12	14	0.1231	0.2559	0
12	15	0.0662	0.1304	0
12	16	0.0945	0.1987	0
14	15	0.221	0.1997	0
16	17	0.0824	0.1932	0
15	18	0.107	0.2185	0
18	19	0.0639	0.1292	0
19	20	0.034	0.068	0
10	20	0.0936	0.209	0
10	17	0.0324	0.0845	0
10	21	0.0348	0.0749	0
10	22	0.0727	0.1499	0
21	22	0.0116	0.0236	0
15	23	0.1	0.202	0
22	24	0.115	0.179	0
23	24	0.132	0.27	0
24	25	0.1885	0.3292	0
25	26	0.2544	0.38	0
25	27	0.1093	0.2087	0
27	28	0	0.396	0
27	29	0.2198	0.4153	0
27	30	0.3202	0.6027	0
29	30	0.2399	0.4533	0
8	28	0.0636	0.2	0.0418

4. Para esta red, se añaden unas ramas adicionales correspondientes a condensadores que se pueden identificar en la Fig. 46 con una C , o también en la Tabla 7 como aquellos nudos que consumen potencia activa, pero también consumen algo de potencia reactiva capacitiva. Corresponderían a los nudos 5, 8, 11 y 13 (Ramas de la 3 a la 6 de la Tabla 16), y su impedancia se procede con (33) extrayendo la \underline{S} , en p.u, según:

$$\underline{Z} = S_L - S_G \quad (33)$$

De nuevo, se continua con el proceso habitual:

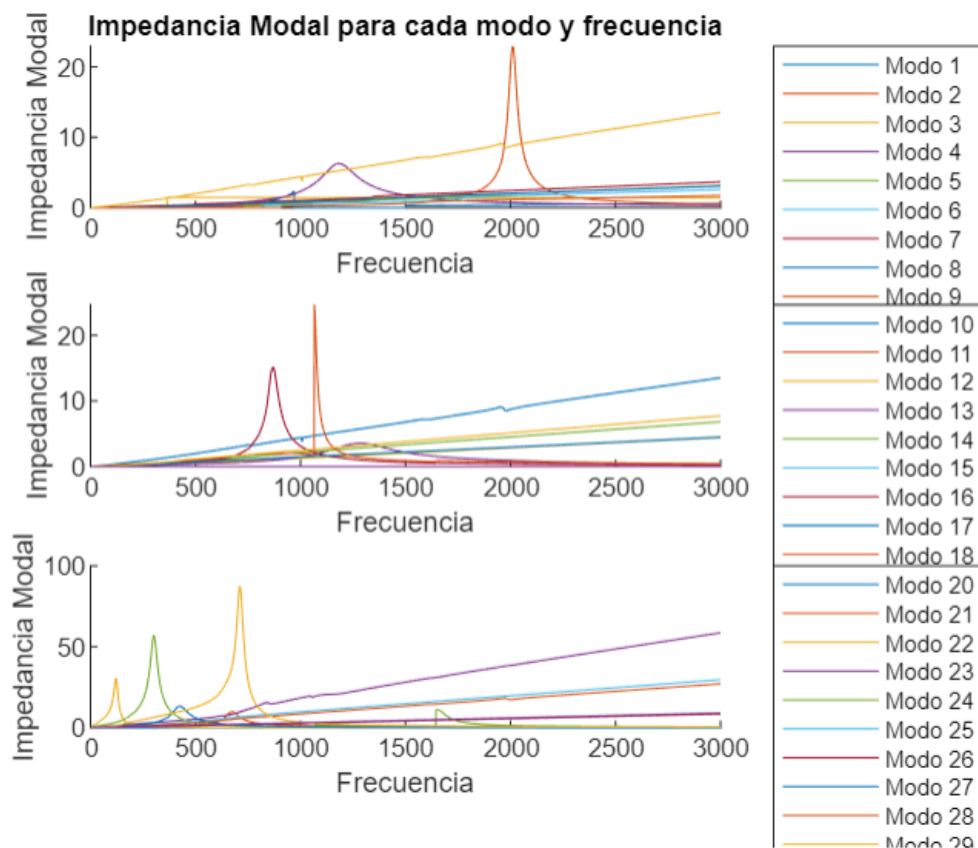


Figura 47: Impedancias modales para cada modo y frecuencia de la red de 30 nudos

Modo_Critico	Frecuencia_Resonancia	Admitancia_Modal	Impedancia_Modal
1	970	0.42573	2.3489
2	2011	0.043539	22.968
3	407	0.66928	1.4941
4	1182	0.15913	6.2843
7	2	118.36	0.0084491
8	784	1.472	0.67933
10	1957	0.11018	9.0759
11	5	108.95	0.0091784
12	865	0.93813	1.066
13	1283	0.28174	3.5494
16	868	0.065899	15.175
18	1066	0.04058	24.642
19	969	0.41525	2.4082
20	11	24.171	0.041372
21	673	0.10239	9.7664
22	121	0.03266	30.618
23	1044	0.05122	19.523
24	302	0.017494	57.161
26	1940	0.18438	5.4235
27	425	0.075451	13.254
28	1975	0.055011	18.178
29	712	0.011434	87.455

Figura 48: Modos críticos a su frecuencia de resonancia de la red de 30 nudos

En esta tercera red, se deciden estudiar con detalle aquellos modos críticos con un valor de la impedancia modal superior a 30. Corresponden a los modos 22, 24 y 29 como se ve en las figuras anteriores.

7.3.1. Modo 22: $f = 121\text{Hz} = 2.42\text{pu}$

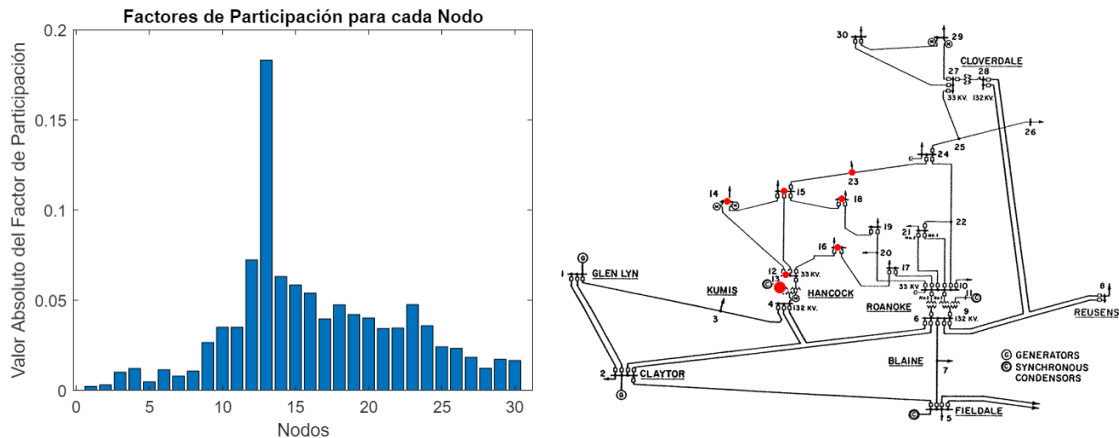


Figura 49: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 22

Añadimos las impedancias nuevas y las comparamos con el valor de resonancia del modo crítico 22 a la frecuencia de 121 Hz. Igual que en la red de 14 nudos, se ha decidido solo analizar aquellas impedancias vistas desde los nodos donde se localiza la zona de resonancia. En este caso, del nodo 12 al 16.

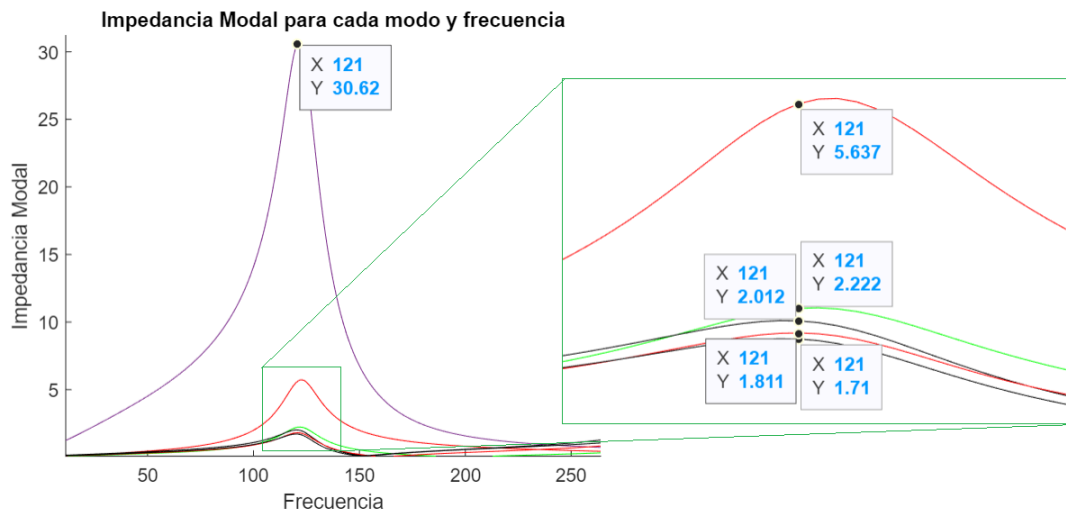


Figura 50: Comparación de la impedancia del modo crítico 22 a su frecuencia de resonancia con las impedancias vistas desde cada uno de los nudos de mayor FP

En esta figura se puede ver lo siguiente:

$$30.618 \times 0.18 = 5.637$$

$$30.618 \times 0.07 = 2.222$$

$$30.618 \times 0.066 = 2.012$$

$$30.618 \times 0.06 = 1.811$$

$$30.618 \times 0.056 = 1.71$$

Es decir, los factores de participación, igual que se ve en la Fig. 49, definen que el reflejo de la resonancia en la frecuencia crítica del modo 22 destaca en un 18% al valor de la impedancia vista desde el nodo 13, entre un 5-7% a las de los nodos 12, 14, 15 y 16. El resto de la resonancia esta repartida entre las impedancias del resto de los nodos en menos de un 5% cada uno.

7.3.2. Modo 24: $f = 302\text{Hz} = 6.04\text{pu}$

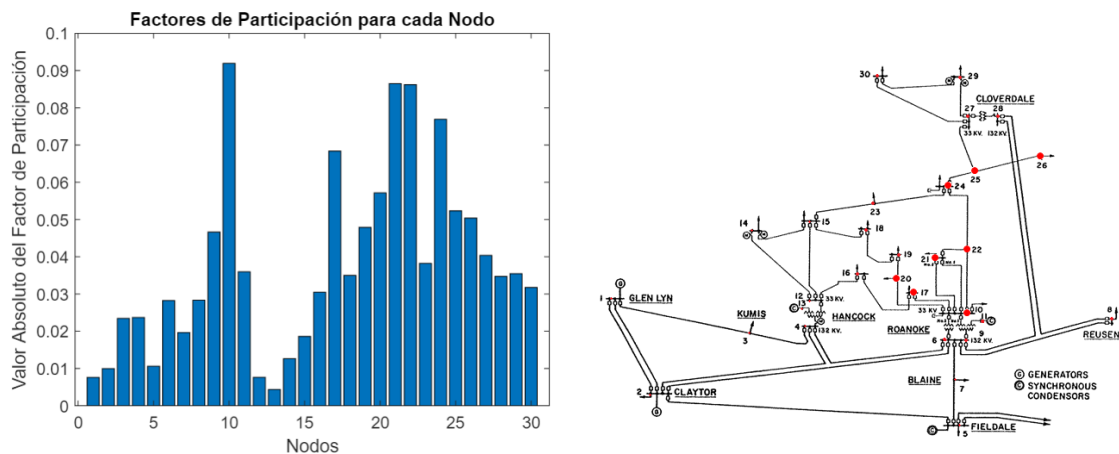


Figura 51: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 24

Añadimos ahora las impedancias nuevas y las comparamos con el valor de la impedancia del modo crítico 24 a la frecuencia de 302 Hz. Aunque, como en muchos casos ya vistos, parece que la resonancia esta repartida por toda la red, se estudian los nodos con mayor factor de participación, en este caso: 10, 21, 22, 24 y 17.

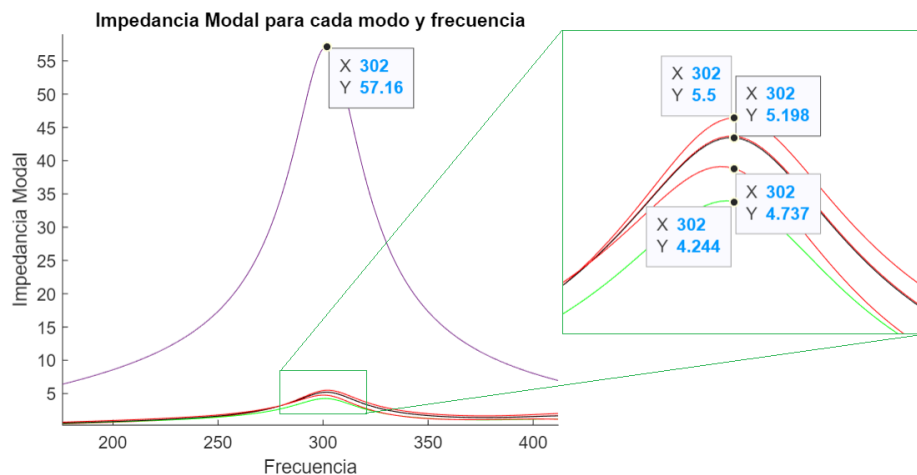


Figura 52: Comparación de la impedancia del modo crítico 24 a su frecuencia de resonancia con las impedancias vistas desde cada uno de los nudos de mayor FP

En esta figura se puede ver lo siguiente:

$$57.161 \times 0.096 = 5.5$$

$$57.161 \times 0.09 = 5.198$$

$$57.161 \times 0.08 = 4.737$$

$$57.161 \times 0.07 = 4.244$$

Las impedancias que más reflejan la resonancia del modo crítico 24 son aquellas vistas desde el nodo 10 en un 9,6% y desde los modos 21, 22, 24 y 17, en este orden de significancia, entre un 7-9%. Realmente el resto de la resonancia se puede ver uniformemente repartida entre las impedancias vistas desde el resto de nodos de la red pero en menor porcentaje.

7.3.3. Modo 29: $f = 712\text{Hz} = 14.24\text{pu}$

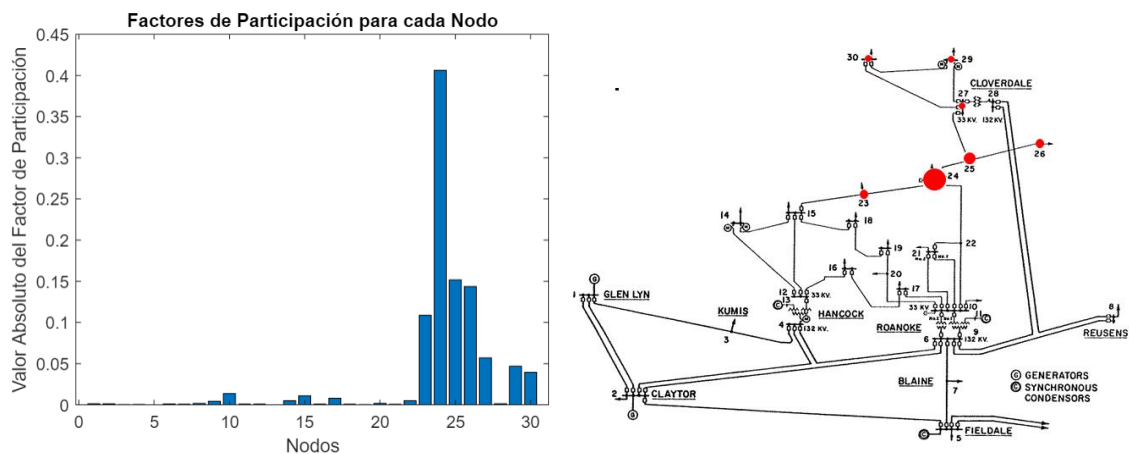


Figura 53: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 29

Añadimos ahora las impedancias nuevas y las comparamos con el valor de resonancia del modo crítico 29 a la frecuencia de 712 Hz. En este último modo es fácil identificar que aquellos nodos significativos serán del 23 al 26.

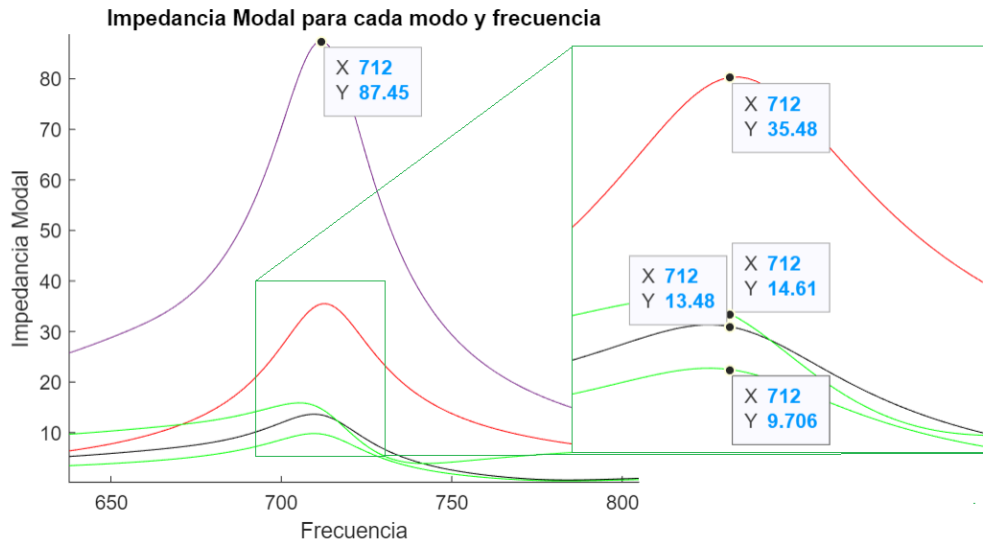


Figura 54: Comparación de la impedancia del modo crítico 29 a su frecuencia de resonancia con las impedancias vistas desde cada uno de los nudos de mayor FP

En esta figura se puede ver lo siguiente:

$$87.455 \times 0.41 = 35.48$$

$$87.455 \times 0.17 = 14.61$$

$$87.455 \times 0.15 = 13.48$$

$$87.455 \times 0.11 = 9.706$$

La resonancia de este modo crítico es la que se puede ver más localizada de los tres que se han estudiado, a parte de ser la de valor de impedancia modal mayor. Claramente se ve que la impedancia que la refleja más es la vista desde el nodo 24 en un 41%, convirtiéndose este en el centro de resonancia de la red, donde probablemente se estudiaría un cambio de diseño para difuminar esta zona de posibles fallos. Luego le siguen la impedancia vista desde el nodo 25 con un 17%, la del 26 con un 15%, y la del 23 con un 11%. El 16% restante de la resonancia a esta frecuencia crítica queda repartida entre el resto de los nodos de la zona, pero con una aportación poco significativa.

7.4. Red IEEE de 5 buses

Se define una última red con más variables, con el objetivo de garantizar la seguridad del código con el que se trabaja, y la capacidad de este de abordar diferentes sistemas eléctricos con nuevos componentes. En este caso, se presentan elementos con los que no se había trabajado, transformadores.

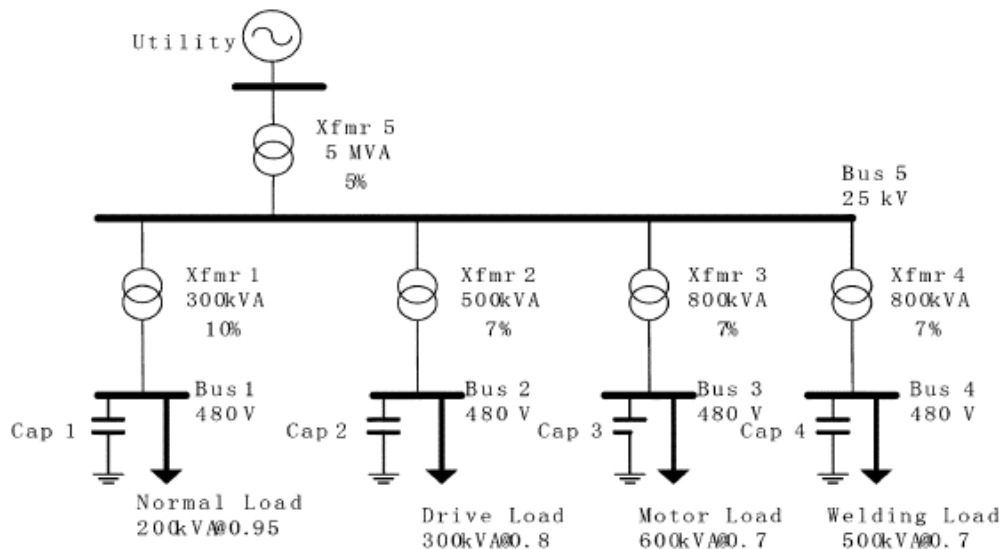


Figura 55: Red IEEE de 5 buses [7]

Todos los datos de esta red se pueden extraer de la Fig. 55, y se siguen los siguientes pasos para definir el archivo de datos:

1. El único nudo que funciona como generador es el del bus 5 (Rama 1 de la Tabla 17 del apéndice 2). Este se definirá, por defecto, de la misma forma que en los casos anteriores de redes IEEE.
2. Se sigue con las cargas, las cuales ya se ha definido como calcularlas en p.u, (Ramas de la 7 a la 10 de la Tabla 17). Pero en este caso se debe tener en cuenta el coseno dado en el cálculo de la potencia. Por ejemplo, el cálculo de (30) en el caso de la carga del bus 1:

$$\underline{S}_1 = \frac{200 \cdot 0.95 + j200 \cdot \sqrt{1 - 0.95^2}}{5000}$$

3. En este caso no hay cargas en las líneas entre buses, sino transformadores (Ramas de la 2 a la 6 en la Tabla 17). La forma de calcular su impedancia, que corresponde a una bobina, sigue la fórmula:

$$X_{cc} = e_{cc} * S_b / S_{transf} \quad (34)$$

Donde:

e_{cc} permite encontrar la impedancia en p.u en la base del TR

4. Por último, se calculan las impedancias de los condensares (Ramas de la 11 a la 14 de la Tabla 17). Se supone que compensan todas las Q. Es decir, todas se calculan de forma:

$$Q_{pu} = S_{load} * S\sin_{load} / S_b \quad (35)$$

$$X_{cc} = U_{pu}^2 / Q_{pu} \quad (36)$$

Donde:

$S\sin_{load}$ es el seno de la potencia de carga de cada uno de los buses

Ya está todo listo para realizar el análisis de la última red IEEE de este informe. Empezando como siempre por los dos parámetros que definen los modos críticos que presentan el fenómeno de las resonancias: el valor de la impedancia modal y la frecuencia de resonancia.

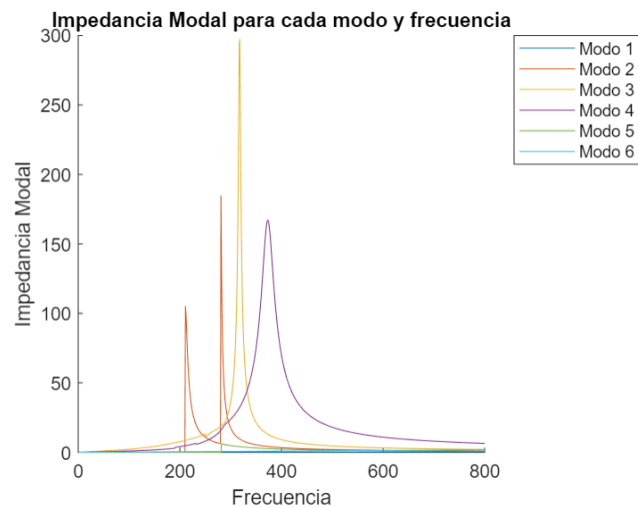


Figura 56: Impedancias modales para cada modo y frecuencia de la red de 5 buses

Modo_Critico	Frecuencia_Resonancia	Admitancia_Modal	Impedancia_Modal
2	281	0.0054194	184.52
3	318	0.0033635	297.31
4	373	0.0059811	167.19
5	282	0.16584	6.03

Figura 57: Modos críticos a su frecuencia de resonancia de la red de 5 buses

En este último caso, se hará solo un análisis gráfico de los modos críticos a su frecuencia de resonancia. Se evita hacer la exposición de la influencia de las impedancias vistas desde cada uno de los nudos como se ha hecho en las tres redes anteriores de este capítulo. Se entiende que estas se calcularían de forma similar, y solo se necesita la información dada por los factores de participación para localizar la resonancia eléctrica, que es el objetivo de cada estudio.

7.4.1. Modo 2: $f = 281\text{Hz} = 5.62\text{pu}$

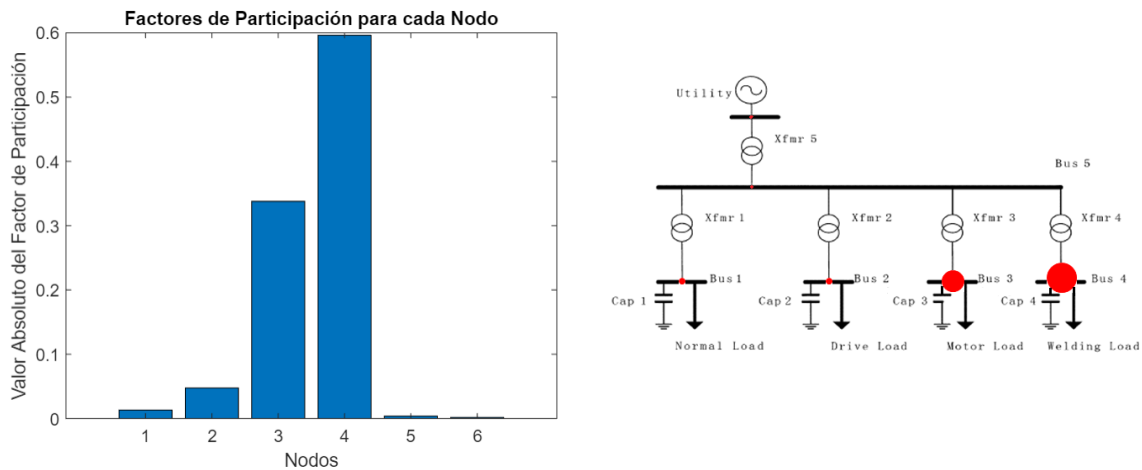


Figura 58: Factores de participación para cada nudo del modo crítico 2

7.4.2. Modo 3: $f = 318\text{Hz} = 6.36\text{pu}$

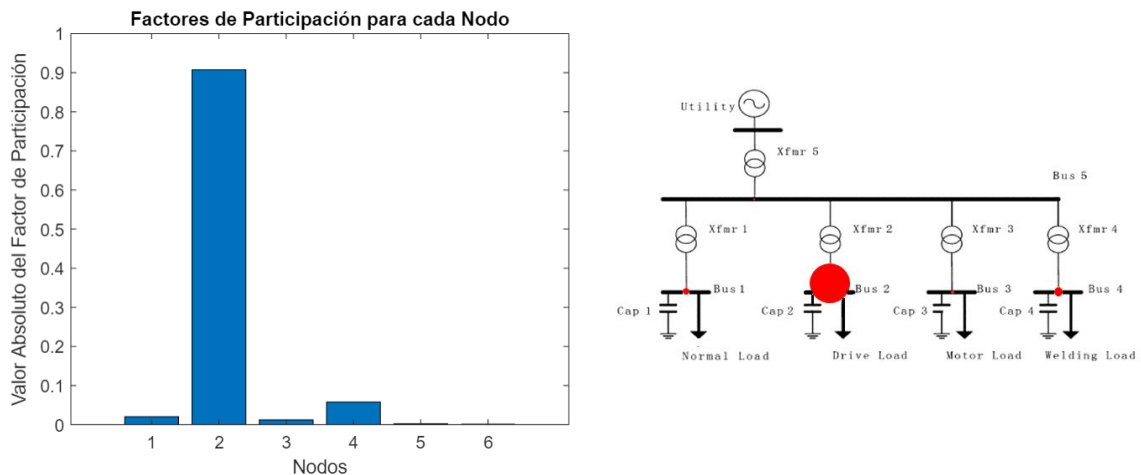


Figura 59: Factores de participación para cada nudo del modo crítico 3

7.4.3. Modo 4: $f = 373\text{Hz} = 7.46\text{pu}$

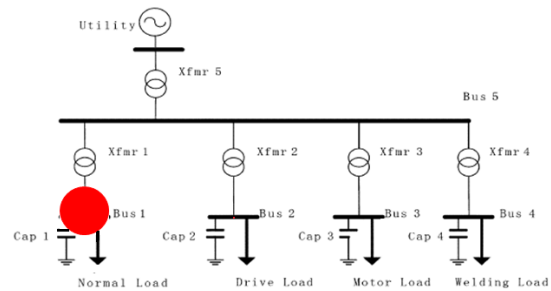
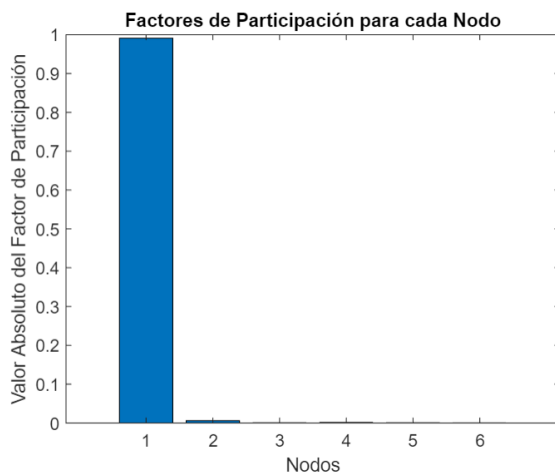


Figura 60: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 4

7.4.4. Modo 5: $f = 282\text{Hz} = 5.64\text{pu}$

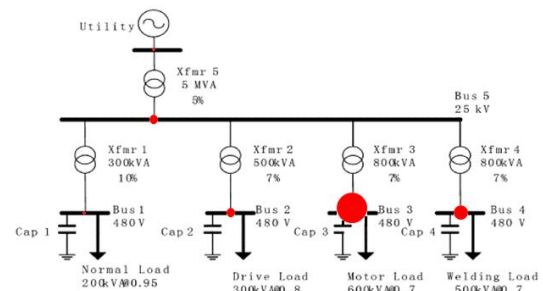
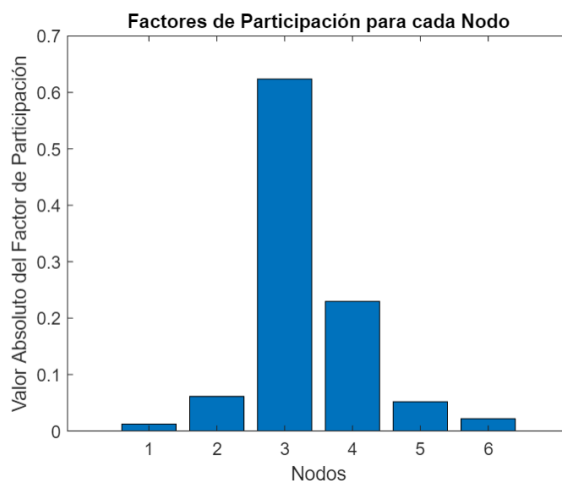


Figura 61: Factores de participación para cada nodo del modo crítico 5

En todos los modos destaca claramente un centro de resonancia correspondiente a un nodo, el cual exigiría un estudio de los elementos que tiene alrededor, como se ha hecho en el resto de los casos, para analizar aquellos con mayor influencia en la resonancia. El modo crítico que más destaca es el 4, donde se encuentra el valor del factor de participación más alto. Prácticamente, a la frecuencia crítica de 7.46 p.u, toda la resonancia eléctrica se ve reflejada en el nodo 1.

Con este último estudio se da por concluido el marco práctico de el Proyecto.

Conclusiones

Después de observar que las técnicas tradicionales para analizar los sistemas eléctricos como el método de los nudos y el escaneo frecuencial llevan a resultados confusos o difíciles de interpretar, se concluye que el método modal de análisis es el más acertado para el enfoque que se busca, sobre todo para hacer un análisis exhaustivo y caracterizar las resonancias eléctricas.

Se ha visto que las resonancias vienen dadas a una frecuencia específica y a causa de las características de cada red, y no por la inyección de corriente nodal. De hecho, están directamente relacionadas a un modo particular del sistema, que se encuentran calculando los mínimos valores propios de su matriz de admitancias.

Los vectores propios de estos mismos VAPs, dan la información de los factores de participación asociados a cada uno de estos modos. Concretamente, indican que corrientes nodales excitarán más la resonancia y como se comportarán las tensiones nodales en función de ésta. El valor más elevado de estos factores localizará el centro de resonancia de la red. De hecho, toda esta información resume que el nodo que tenga el mayor nivel de observación será también el que tenga la mayor excitabilidad. Es decir, aquel nodo que tendrá más efectividad a la hora de cancelar armónicos a través de la inyección de señales.

El fenómeno de las resonancias se caracteriza por dos parámetros: la impedancia modal y la frecuencia de resonancia. Estos son los que han permitido analizar las diferentes redes IEEE junto con la herramienta matemática programada en MATLAB que, aparte de ayudar a entender de una forma más estructural el método modal, ha permitido identificar de cada red los elementos más influyentes en las resonancias presentadas y se ha calculado satisfactoriamente como, al cambiar los valores de estos, varían las magnitudes de estos dos parámetros. También se han comparado con las impedancias locales vistas desde cada uno de los nudos.

De este Proyecto se espera proporcionar al usuario de toda la información necesaria para poder entender y controlar el fenómeno de las resonancias, utilizar libremente el código para caracterizar las resonancias de un sistema eléctrico y extraer toda la información expuesta.

Sería interesante enfocar futuros trabajos para estudiar, por ejemplo, el cálculo de las sensibilidades de las frecuencias de resonancia a los elementos del circuito en las redes IEEE ya trabajadas y a partir de esos resultados pensar una guía de posibles soluciones o correcciones a los problemas que se originen en estas redes, en el ámbito del diseño o la mitigación de éstas. El propósito es ampliar y buscar una aplicación práctica y útil al proyecto realizado.

Agradecimientos

En primer lugar, me gustaría dedicar un agradecimiento especial a mi tutor, Luis Sainz, por su interés y dirección de mi proyecto y sus incansables ganas de ayudar y responderme siempre con rapidez y amabilidad. Sobre todo, por haber adaptado la comunicación a la situación de alarma creada estos meses por el Covid19, y haber evitado que se convirtiese en un impedimento para seguir con profesionalidad la idea inicial del trabajo. Me ha guiado y atendido siempre que lo he necesitado y de la mejor manera posible. Obviamente, también agradezco la colaboración del codirector Juan José Mesas García, que ha tenido que enfrentarse a la misma situación.

En segundo lugar, me gustaría mencionar la paciencia y ayuda de mi compañero Marc Aragonés, que me ha respondido con amabilidad y calma, siempre explicándome todas mis dudas en detalle y con interés. Y se ha preocupado durante todo el trabajo de la continuidad de este.

Para acabar, quiero agradecer el apoyo incondicional de mis familiares y amigos. En especial a mi madre, que ha convivido conmigo durante la cuarentena y ha mostrado completo acompañamiento, disposición e interés durante todas las horas de trabajo que le he dedicado a este Proyecto.

Bibliografía

- [1] Resonancia eléctrica: <https://www.youtube.com/watch?v=gJHmV79MnjQ> [Último acceso febrero 2020]
- [2] XU, Wilsun; HUANG, Zhenyu; CUI, Yu; WANG, Haizhen (2005): “*Harmonic Resonance Mode Analysis*” en *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, N°2. Pp. 1182-1190
- [3] Aragonés, Marc (2019): “*Caracterització i anàlisi del fenomen de les ressonàncies en sistemes elèctrics.*”
- [4] Li, Yang; Shuai, Zhikang; Liu, Xuan; Chen, Yandong; Li, Zuyi; Hong, Yi; Shen, Z. Jhon (2019): “*Stability Analysis and Location Optimization Method for Multi-converter Power Systems Based on Nodal Admittance Matrix*” en *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*
- [5] H. Abaali; T. Talbi; R. Skouri (2018): “*Comparison of Newton Raphson and Gauss Seidel Methods for Power Flow Analysis*” en *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Energy and Power Engineering*, vol. 12, N°9, 2018
- [6] “*Test Systems for Harmonics Modeling and Simulation*” en *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, N°2, 1999
- [7] Huang, Zhenyu; Cui, Yu (2007): “*Application of Modal Sensitivity for Power System. Harmonic Resonance Analysis*” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, N°1, 2007